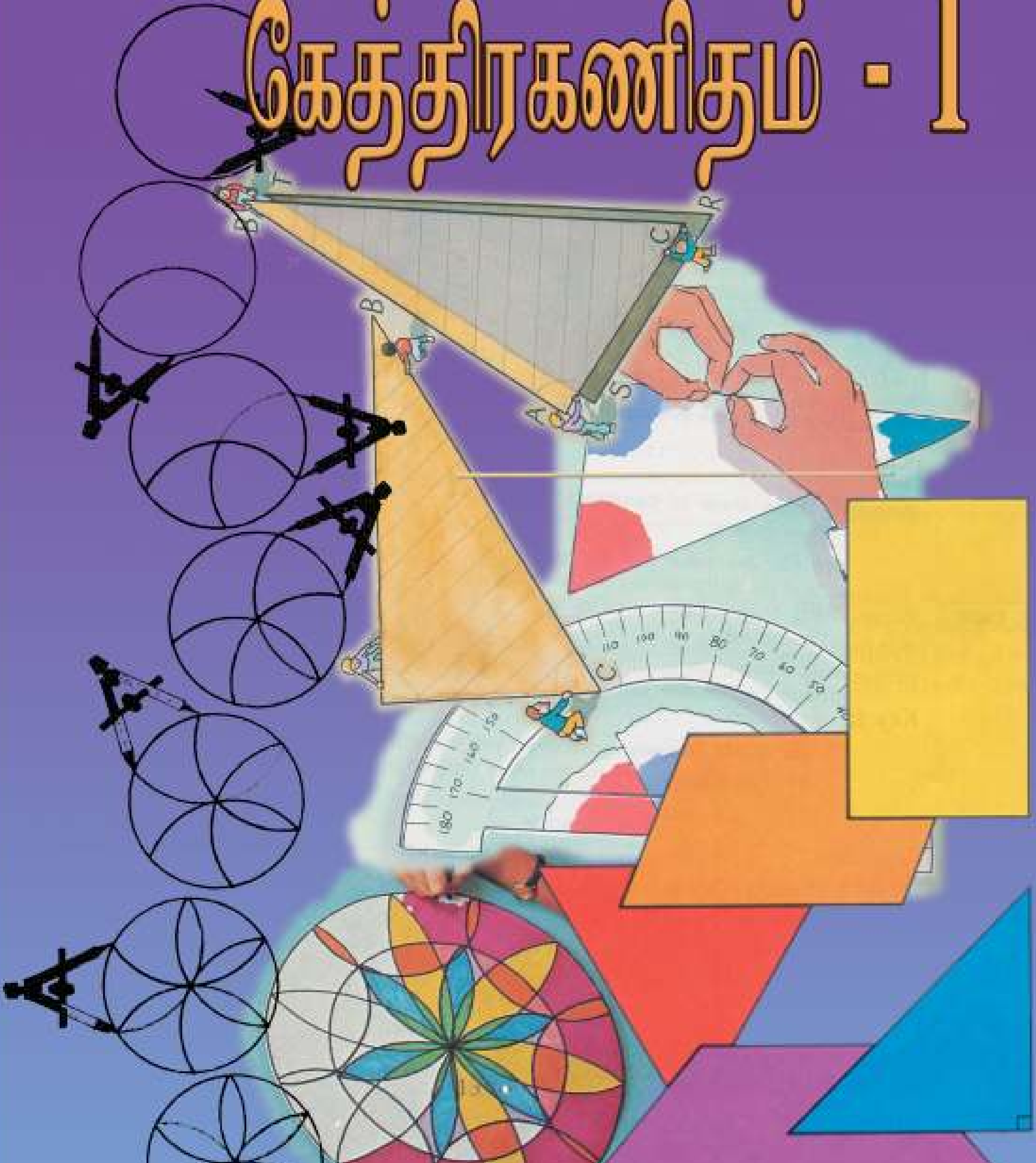
கேத்திரகணிதம் - I



கணிதத்துறை
விஞ்ஞான, தொழில்நுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம
இலங்கை

கேத்திரகணிதம் - I

கணிதத்துறை
விஞ்ஞான தொழில்நுட்பபீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம
இலங்கை

கேத்திரகணிதம் – 1

முதற்பதிப்பு 2010

ISBN

கணிதத்துறை
விஞ்ஞானத் தொழில்நுட்பபீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

இணையத்தளம் : ***W W W. nie . lk***

பதிப்பு : பதிப்பகம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம

முன்னுரை

கனிட்ட இடைநிலைப்பருவத்திலுள்ள மாணவர்கள் கணித பாடத்தில் கற்க வேண்டிய கேத்திரகணிதத்தை கற்பதற்கு ஆர்வம் இல்லாத நிலை பாடசாலைத் தொகுதியிலிருந்து அடிக்கடி தெரியவந்துள்ளது. கேத்திரகணிதத்தின் அடிப்டையை நன்கு விளங்கிச் சரியான தர்க்கத்துடன், தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப உரிய படங்களைச் சரியாக வரைந்து கேத்திரகணிதத்தை விரும்பிக் கற்பதற்கு இந்நூல் துணைபுரியும்.

மாணவர்களுக்கு கேத்திரகணிதத்தைக் கற்பிக்கும் போது மேலேயுள்ள விடயம் தொடர்பாக மிகவும் அவதானத்துடன் செயற்படுவதற்கு ஆசிரியர்களுக்கு சக்தியை வழங்குவதன் மூலம் மாணவர்கள் கேத்திரகணிதத்தை விரும்பிக் கற்பதற்கு சந்தர்ப்பத்தை வழங்க முடியும். 6-9 வகுப்புக்குரிய கேத்திரகணிதப்பகுதிகளை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக ஒழுங்கு முறையிலே மிகவும் இலகுவாக முன்வைத்திருக்கும் இந்நூலின் மூலம் அத்தேவையை நிறைவு செய்வதற்கு பாரிய முயற்சி எடுக்கப்பட்டுள்ளது. 6-11 வகுப்பு களுக்கு கேத்திரகணிதத்தைக் கற்பிக்கும் ஆசிரியர்கள் இந்நூலை பரிசீலிப்பதன் மூலம் மாணவர்களுக்கு கேத்திரகணிதத்தை விரும்பிக் கற்பதற்கு வழிவகை செய்ய முடியும்.

தனது பிள்ளைகளைக் கற்பிப்பதற்கு மிகவும் ஆர்வத்துடன் செயற்படும் பெற்றோர்கள், தனது பிள்ளைகளுக்காக மேலதிக நூல்களைப் பெற்றுக்கொடுக்க முன்வரும் இக்காலப் பகுதியில், அவ்வாறு பிள்ளைகளுக்கு வாங்கிக் கொடுப்பதற்கு கேத்திரகணிதம் - I என்ற நூல் மிகவும் உகந்தது என்பதால் பெற்றோரின் கவனத்தையும் இதன்பால் ஈர்க்க விரும்புகின்றேன்.

தேசிய கல்வி நிறுவகக் கணிதத் திணைக்களத்தின் 6 - 11 வகுப்புக்களுக்கான கணித செயற்றிட்டக் குழுவாலும் பிரசித்தி பெற்ற சிலராலும் தயார் செய்யப்பட்டுள்ள இந்நூல் தொடர்பாக அபிவிருத்தி சார் ஆலோசனைகள் ஏதும் இருப்பின் அவற்றை தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் திணைக்களத்துக்கு பெற்றுக்கொடுக்கும்படி கேட்கின்றேன்.

கலாநிதி உபாலி எம். சேதர
பணிப்பாளர் நாயகம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

பணிப்பாளர் நாயகத்தின் செய்தி

தனது பிள்ளைகளைக் கற்பிப்பதற்கு மிகவும் ஆர்வத்துடன் செயற்படும் பெற்றோர்கள், தனது பிள்ளைகளுக்காக மேலதிக நூல்களைப் பெற்றுக்கொடுக்க முன்வரும் இக்காலப் பகுதியில், அவ்வாறு பிள்ளைகளுக்கு வாங்கிக் கொடுப்பதற்கு கேத்திரகணிதம்-I என்ற நூல் மிகவும் உகந்தது என்பதால் பெற்றோரின் கவனத்தையும் இதன்பால் ஈர்க்க விரும்புகின்றேன்.

தேசிய கல்வி நிறுவகக் கணிதத் திணைக்களத்தின் 6-11 வகுப்புக்களுக்கான கணிதச் செயற்றிட்டக் குழுவும் பிரசித்தி பெற்ற ஆசிரியர்கள் சிலராலும் தயார் செய்யப்பட்டுள்ள இந்நூல் தொடர்பாக அபிவிருத்திசார் ஆலோசனைகள் ஏதும் இருப்பின் அவற்றை தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் திணைக்களத்துக்கு பெற்றுக்கொடுக்கும்படி கேட்கின்றேன்.

கலாநிதி உபாலி எம். சேதர
பணிப்பாளர் நாயகம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

அறிமுகம்

கணிதபாடத்தின் ஆறு பெருந்தலைப்புக்களில் கேத்திரகணிதத் தலைப்பு மிகவும் பிரதானமாகும். கேத்திரகணிதத்தைக் கற்பதன் மூலம் மாணவர்களது தர்க்கிக்கும் ஆற்றல் அபிவிருத்தி காண்பதுடன் கணித பாடத்தின் ஏனைய தலைப்புக்களிலுள்ள பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கும் அது துணைபுரிகின்றது.

இன்னோரன்ன காரணங்களினால் கேத்திரகணிதத்தில் ஆர்வம் காட்டாத மாணவர்கள் க.பொ.த சாதாரணதரப் பரீட்சைக்கு இப்பகுதியில் வழங்கப்படும் இலகுவான பிரச்சினை களைக் கூட விடையளிக்கத் தவறுகின்றார்கள்.

பல்வேறுபட்ட விடயங்களையும் கருத்திற்கொண்டு மாணவர்களின் சுய கற்றலைத் தூண்டும் விதத்தில் மிகவும் எளிய நடையில் தயார் செய்யப்பட்டுள்ள இந்நூல் கற்றல்-கற்பித்தல் செயற்பாட்டில் கேத்திரகணிதப் பகுதிகளை மிகவும் விருப்பத்துடன் ஆசிரியர்கள் கற்பதற்குத் துணைபுரியும்.

6-9 வகுப்புகளுக்கான பாடவிதானத்திற்கேற்ப ஒவ்வொரு வகுப்பு மட்டத்திற்கும் ஏற்றபடி பிரதானமான 11 தலைப்புக்களினூடாக இக்கேத்திரகணித வளநூல் தயார் செய்யப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு தலைப்புக்களிலும் அவற்றின் உபதலைப்புக்களிலும் பயிற்சிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுடன் அவற்றிற்குரிய விடைகள் நூலின் இறுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கணிதத்தில் பிரசித்தி பெற்றவர்களினதும், பிரசித்தி பெற்ற கணித ஆசிரிய ஆலோகர்களினதும், கணித ஆசிரியர்களினதும் உதவியுடன் தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் திணைக்கள 6-11 வகுப்புகளுக்கான கணித பாடக் குழுவின் வழிகாட்டலின்படி இவ்வளநூல் தயார் செய்யப்பட்டுள்ளது.

மாணவர்கள், ஆசிரியர்கள் ஆகிய இரு தரப்பினருக்கும் அத்தியாவசியமான இக் கேத்திர கணித வளநூலின் மூலம் உச்ச பலனைப் பெறுவீர்கள் என்பது எமது நம்பிக்கையாகும்.

6 – 11 கணித செயற்றிட்டக்குழு

ஆலோசனை : கலாநிதி உபாலி எம். சேதர
பணிப்பாளர் நாயகம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. விமல் சியம்பலாகொட
உதவிப் பணிப்பாளர் நாயகம்
விஞ்ஞான தொழில்நுட்பபீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

வழிகாட்டல் : திரு. லால் எச். விஜேசிங்க
பணிப்பாளர்
கணிதத் திணைக்களம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

இணைப்பாளர் : திருமதி. டப்ளிவ். எம். பீ. ஜே. விஜேசேகர
6-11 கணிதச் செயற்றிட்டக்குழு தலைவர்.

பாடக்குழு : திரு. லால் எச். விஜேசிங்க. பணிப்பாளர், கணிதத்துறை
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திருமதி. டப்ளிவ். எம். பீ. ஜே. விஜேசேகர, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
பிரதான செயற்றிட்ட அதிகாரி, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. கே. கணேசலிங்கம், பிரதான செயற்றிட்ட அதிகாரி
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. ஜீ. பீ. எச். ஜகத்குமார, செயற்றிட்ட அதிகாரி
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. ஜீ. எல். கருணாரத்ன, செயற்றிட்ட அதிகாரி
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. எஸ். இராஜேந்திரம், செயற்றிட்ட அதிகாரி
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

வெளிவளவாளர்கள் :

01. திருமதி. எச். பீ. ஜீ. ஜி. விக்ரமசிங்க - ஆசிரிய ஆலோசகர்
வலயப் பணிமனை, ஹம்பாந்தோட்டை
02. திரு. டீ. லிஸ்ட்டன சில்வா - ஆசிரிய ஆலோசகர்
வலயப் பணிமனை, ஹம்பாந்தோட்டை

03.	திரு. எம். டீ. குரே	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயப் பணிமனை, களுத்துறை.
04.	திரு. எச். எம். ஏ. ஜயசேன	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயப் பணிமனை, ஹக்மன.
05.	திருமதி. பிஸோமெனிக்கே	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயப் பணிமனை, வாரியப்பொல.
06.	திரு. டீ. விக்ரமசூரிய	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயப் பணிமனை, தங்காலை.
07.	திருமதி. பீ. எம். அத்தநாயக்க	-	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
08.	திரு. கே. எச். எம். பீ. பண்டார	-	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
09.	திரு. ஆர். டப்லிவ். மெத்தானந்த	-	அதிபர், ஆனந்தா மகா வித்தியாலயம் எல்பிட்டிய.
10..	திரு. எம். எச். தர்மதாஸமாயா	-	அதிபர், அம்பன்பொல மத்திய மகா வித்தியாலயம், அம்பன்பொல.
11.	திரு. எம், எஸ். பீ. கே. அபேநாயக்க	-	ஆசிரியர் சேவை ப ப / மது / பிரதிராஜ பிரிவெனா, அகலவத்த.
12.	திருமதி. எம். ஏ. எஸ். ரபெல்	-	ஆசிரியர் சேவை ப ப / ஜய / கொட்டிகாவத்த சோமாதேவி மகா வித்தியாலயம்.
13.	திரு. எம். இஸட். ஏ. ரஹீம்	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயப் பணிமனை, ஹம்பாந்தோட்டை
14.	திரு. எஸ். டீ. டீ. நாஸார்	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயப் பணிமனை, கெக்கிராவ.
15.	திரு. ந. இரகுநாதன்	-	ஆசிரியர், வவுனியா த. ம. ம. வி

அட்டை வடிவமைப்பு : நில்மினி வட்டவல
பதிப்பகம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்

உள்ளடக்கம்

1. கோணங்கள்

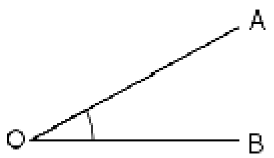
இப்பகுதிகளைக் கற்பதன் மூலம்

- கோணங்களை வரைவதற்கும் பெயரிடுவதற்கும்.
- செங்கோணம் ஒன்று தொடர்பாக கோணங்களை வகைப்படுத்துவதற்கும்.
- செங்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் 90° எனவும். நேர் கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் 180° எனவும் அறிந்து கொள்வதற்கும்.
- நிரப்புக்கோணங்கள், மிகை நிரப்புக் கோணங்கள், அடுத்துள்ள கோணங்கள், அடுத்துள்ள மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் என்பவற்றை அறிந்து கொள்வதற்கும்.
- இரண்டு நேர்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் போது உருவாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்களை அறிந்து கொள்வதற்கும்

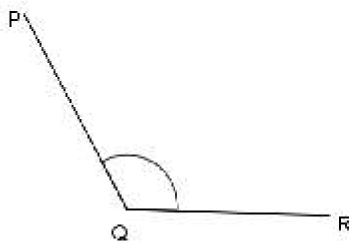
இவற்றைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்க்கும் ஆற்றல்களையும் நீங்கள் பெறுவீர்கள்.

1.1 கோணம்

இரண்டு நேர்கோடுகள் புள்ளி ஒன்றில் சந்திக்கும் போது கோணம் ஒன்று உருவாகும். சந்திக்கும் புள்ளி கோணத்தின் உச்சி எனவும் கோடுகள் இரண்டும் கோணத்தின் புயங்கள் எனவும் அழைக்கப்படும்.



(i)



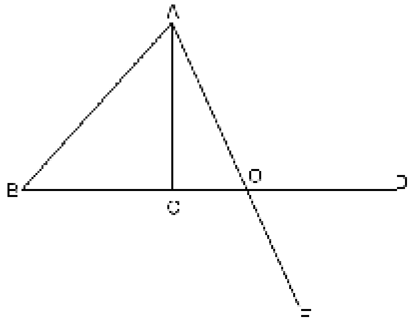
உருக்களில் உள்ள கோணங்களும் அவற்றிற்குரிய உச்சிகளும் புயங்களும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளவாறு பெயரிடப்படும்.

உரு (i) : கோணம் - $A\hat{O}B$ அல்லது $B\hat{O}A$
உச்சி - O
புயங்கள் - AO, BO

உரு (ii): கோணம் - $P\hat{Q}R$ அல்லது $R\hat{Q}P$
உச்சி - Q
புயங்கள் - PQ, QR

கோணம் ஒன்றைப் பெயரிடும் போது கோணத்தின் உச்சியைக் குறிக்கும் ஆங்கில எழுத்து மத்தியில் அமையுமாறு பெயரிடுதல் வேண்டும்.

உதாரணம் 1

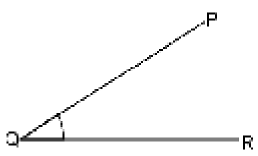
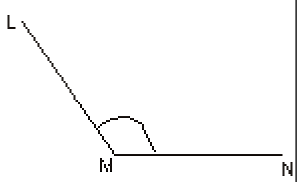


இவ்வுருவிற்கு ஏற்ப பின்வரும் அட்டவணையை அவதானிக்கவும்.

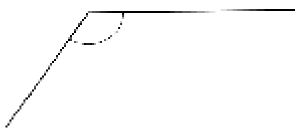
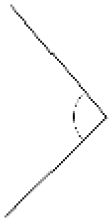
கோணம்	உச்சி	புயங்கள்
$A\hat{B}C$	$\hat{B}$	AB, BC
$B\hat{A}C$	$\hat{A}$	AB, AC
$A\hat{C}B$	$\hat{C}$	CA, CB
$C\hat{A}O$	$\hat{A}$	CA, AO
$A\hat{O}C$	$\hat{O}$	AO, OC
$A\hat{C}O$	$\hat{C}$	AC, CD
$B\hat{A}O$	$\hat{A}$	BA, AO
$A\hat{O}D$	$\hat{O}$	AO, OD
$D\hat{O}E$	$\hat{O}$	DO, OE
$C\hat{O}E$	$\hat{O}$	CO, OE

1.1 பயிற்சி

1. கீழேயுள்ள அட்டவணையில் இடைவெளிகளை நிரப்புக

உருவம்	உச்சி	புயங்கள்	கோணத்தை பெயரிடும் முறை i	ii
	....	....	$P\hat{Q}R$	....
	....	....	....	$N\hat{M}L$

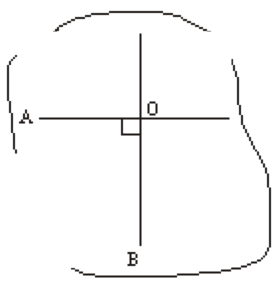
2. அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்றவிதமாக உருவத்தைப் பெயரிட்டு இடைவெளியை நிரப்பவும்.

உருவம்	உச்சி	புயங்கள்	கோணத்தை பெயரிடும் முறை	
			i	ii
	....	YZ, ZX	....	....
	....	....	....	$A\hat{B}C$

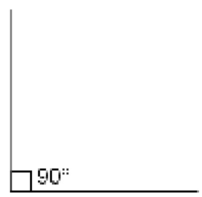
3. தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப உரிய படங்களை வரைந்து அட்டவணையில் உள்ள இடைவெளிகளை நிரப்புக.

உருவம்	உச்சி	புயங்கள்	கோணத்தை பெயரிடும் முறை	
			i	ii
	....	....	....	$L\hat{M}N$
	....	PT, TS	....	....

1.2 கோணங்களின் வகைகள்

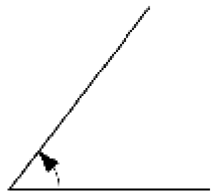


பூரண சுழற்சியைக் கொண்ட கோணம் ஒன்றை நான்கு சமபகுதிகளாகப் பிரித்தால் கிடைக்கப்பெறும் ஒவ்வொரு பகுதியும் செங்கோணமாகும்.

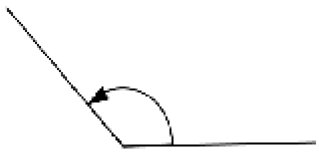


ஒரு செங்கோணம் $90°$ ஆகும். $1°$ என்பது செங்கோணம் ஒன்றின் $\frac{1}{90}$ ஆகும்.

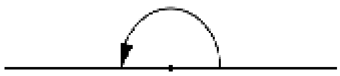
கூர்ங்கோணங்கள்
செங்கோணமொன்றின் பருமனை விட குறைந்த பருமன் உடைய கோணங்கள்



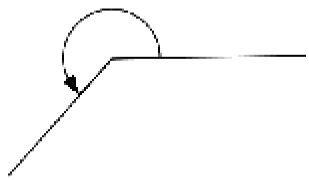
விரிகோணங்கள்
செங்கோணமொன்றின் பருமனை விடக் கூடிய ஆனால் இரண்டு செங்கோணங்களின் பருமனை விடக் குறைந்த கோணங்கள்.



நேர்கோணங்கள்
இரண்டு செங்கோணங்களின் பருமனுக்குச் சமனாகும் கோணங்கள்.

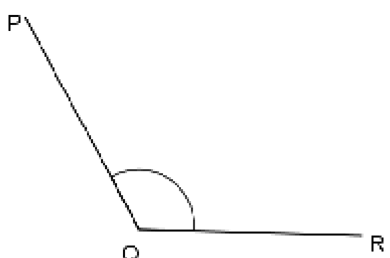


பின்வளை கோணங்கள்
நேர்கோணமொன்றின் பருமனைவிடக் கூடிய ஆனால் இரண்டு நேர்கோணங்களின் பருமனை விடக் குறைந்த பருமனைக் கொண்ட கோணங்கள்.

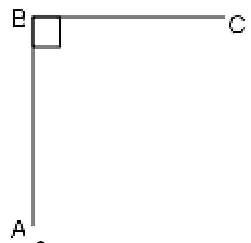


உதாரணம் 2.1 பின்வரும் கோணங்களை வகைப்படுத்துக

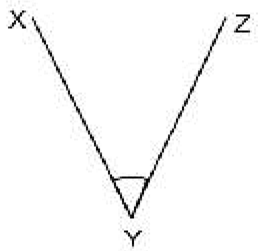
1. விரிகோணம் PQR
2. செங்கோணம் ABC
3. கூர்ங்கோணம் XYZ
4. பின்வளைகோணம் LMN



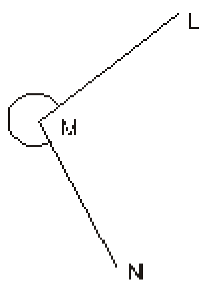
1.



2.



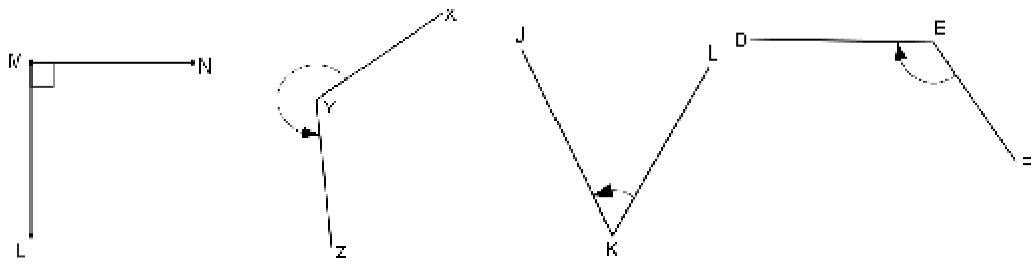
3.



4.

உதாரணம் 3

கீழேயுள்ள உருக்களினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களைப் பெயரிட்டு அக்கோணங்களின் வகைகளைக் குறிப்பிடுக.



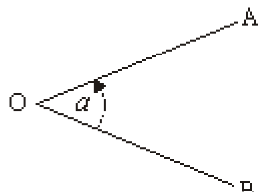
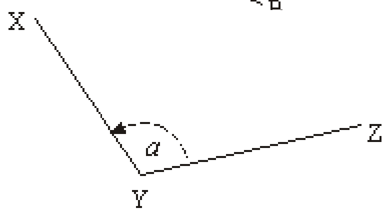
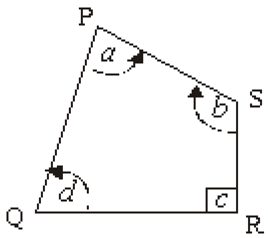
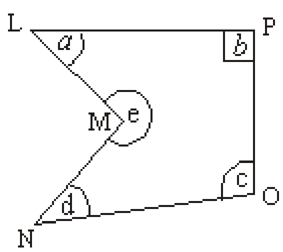
(a) (b) (c) (d)

(a) $L\hat{M}N$ செங்கோணமாகும் (b) $X\hat{Y}Z$ பின்வளை கோணமாகும்

(c) $J\hat{K}L$ கூர்ங்கோணமாகும் (d) $D\hat{E}F$ விரி கோணமாகும்

1.2 பயிற்சி

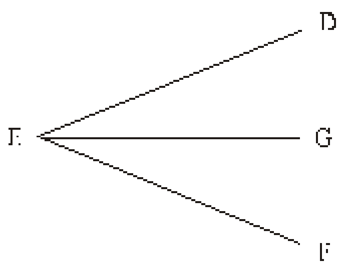
1. பின்வரும் வரிப்படங்களில் காட்டப்பட்டுள்ள எல்லாக் கோணங்களையும் பெயரிட்டு அட்டவணையை நிரப்புக

உருவம்	கோணம்	கோணவகை
   	$A\hat{O}B$	

1.3 அடுத்துள்ள கோணங்கள்

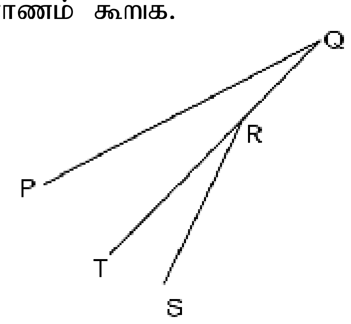
- பொது உச்சியும் பொதுப்புயமும் உள்ள, பொதுப்புயத்தின் இருபுறமும் அமைந்த, இரு கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனப்படும்.
- இரண்டு கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 90° ஆயின் அவை நிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்.
- இரண்டு கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° எனின் அவை மிகைநிரப்புக் கோணச்சோடி எனப்படும்.
- கூட்டுத்தொகை 90° ஆகவுள்ள அடுத்துள்ள இரண்டு கோணங்கள் அடுத்துள்ள நிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்
- 180° ஐக் கூட்டுத் தொகையாகக் கொண்ட அடுத்துள்ள இரண்டு கோணங்கள் அடுத்துள்ள மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்.

உதாரணம் 4 :
உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள அடுத்துள்ள கோணச் சோடியைப் பெயரிடுக.



$D\hat{E}G$, $G\hat{E}F$ என்பன அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.

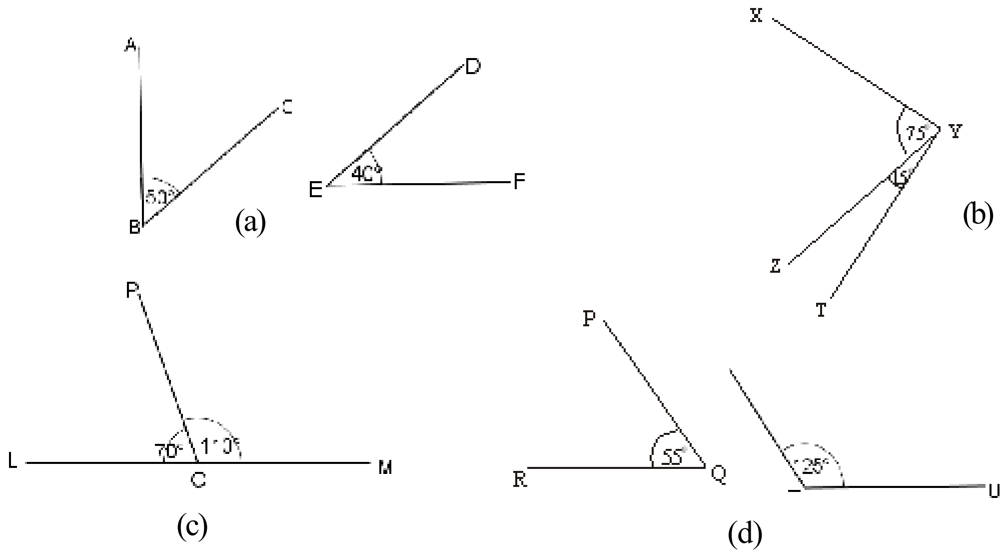
உதாரணம் 5:
தரப்பட்டுள்ள உருவில் $P\hat{Q}T$, $T\hat{R}S$ என்பன அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகுமா? காாணம் கூறுக.



$P\hat{Q}T$, $T\hat{R}S$ என்பன அடுத்துள்ள கோணங்கள் அல்ல. பொதுப்பக்கத்துக்கு இரண்டு பக்கத்திலும் கோணங்கள் அமைந்த போதிலும் பொதுவான உச்சியை அவை கொண்டிருக்கவில்லை.

உதாரணம் 6 :

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருக்களிலுள்ள கோணங்கள் தொடர்பாக கீழேயுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.



உருவம்	கோணம்	நிரப்பு கோணங்கள்	மிகைநிரப்பு கோணங்கள்	அடுத்துள்ள கோணங்கள்	அடுத்துள்ள மிகைநிரப்பு கோணங்கள்
(a)	$A\hat{B}C$, $D\hat{E}F$	√	×	×	×
(b)	$X\hat{Y}Z$, $Z\hat{Y}T$	√	×	√	×
(c)	$L\hat{O}P$, $P\hat{O}M$	×	√	×	√
(d)	$P\hat{Q}R$, $S\hat{T}U$	×	√	×	×

உதாரணம் 7 :

(i) 25^0 இன் நிரப்புக் கோணத்தை எழுதுக.

(ii) 65^0 இன் மிகை நிரப்பி யாது?

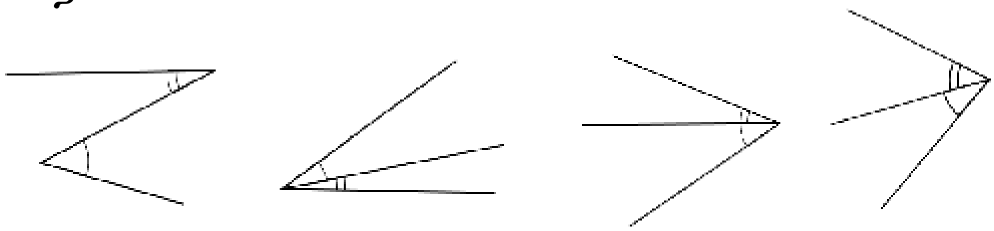
(iii) 15^0, 85^0 என்பன நிரப்புக் கோணச் சோடியாகுமா? இல்லையா காரணம் கூறுக.

(i) $90^0 - 25^0 = 65^0$

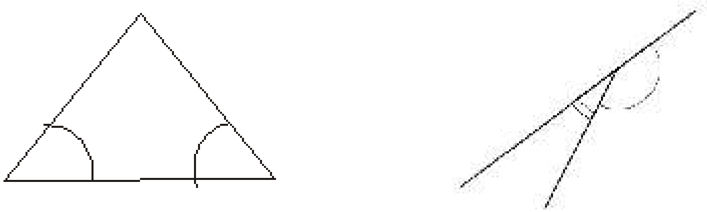
(ii) $180^0 - 65^0 = 115^0$

(iii) 15^0, 85^0 என்பன நிரப்புக் கோணச் சோடியாகாது. அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 90^0 அல்ல

1.3 பயிற்சி



(I) (II) (III) (IV)



(V) (VI)

மேலேயுள்ள உருவங்களைப் பயன்படுத்தி அட்டவணையை நிரப்புக.

உருவம்	பொது உச்சி உண்டு	பொதுப்புயம் உண்டு	பொதுப்புயத்தின் இரு புறங்களிலும் கோணங்கள் அமைந்துள்ளன.	அடுத்துள்ள கோணங்கள் ஆகும்
(I)				
(II)				
(III)				
(IV)				
(V)				
(VI)				

2. பின்வரும் இடைவெளிகளை நிரப்புக

30° இன் நிரப்பி ....ஆகும்.

75° இன் ....15° ஆகும்.

.... இன் நிரப்பி 70° ஆகும்.

100° இன் மிகை நிரப்பி.................. ஆகும்.

.... இன் மிகை நிரப்பி 152° ஆகும்.

.... இன் மிகை நிரப்பி 43° ஆகும்.

110° இன் .... 70° ஆகும்.

94° இன் .... ஆகும்

3. (1) (a) $A\hat{B}C$, $C\hat{B}D$ என்பன அடுத்துள்ள நிரப்புகோணச்சோடிகள் எனின் $A\hat{B}C + C\hat{B}D$ இன் பெறுமானம் யாது?

(b) $A\hat{B}C = 50^\circ$ எனின் $C\hat{B}D$ இன் பெறுமானம் யாது?

(2) (a) $D\hat{E}G$, $P\hat{Q}R$ என்பன மிகை நிரப்புக் கோணச் சோடி எனின் $D\hat{E}G + P\hat{Q}R$ இன் பெறுமானம் யாது?

(b) $D\hat{E}G = 50^\circ$ எனின் $P\hat{Q}R$ இன் பெறுமானம் யாது?

(3) (a) $L\hat{M}N$, $A\hat{B}C$ என்பன நிரப்புக் கோணச் சோடிகள் எனின் $L\hat{M}N + A\hat{B}C$ இன் பெறுமானம் யாது?

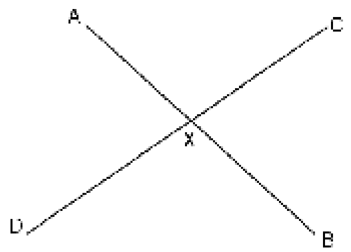
(b) $L\hat{M}N = 26^\circ$ எனின் $A\hat{B}C$ இன் பெறுமானம் யாது?

(4) (a) $G\hat{H}I$, $X\hat{Y}Z$ என்பன அடுத்துள்ள மிகைநிரப்புக் கோணச்சோடி யாகும் எனின்
$G\hat{H}I + X\hat{Y}Z$ இன் பெறுமானம் யாது?

(b) $G\hat{H}I = 26^\circ$ எனின் $X\hat{Y}Z$ இன் பெறுமானம் யாது?

1.4 குத்தெதிர்கோணங்கள்

இரண்டு நேர்கோடுகள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் போது உருவாகும் ஒன்றுக்கொன்று எதிரான கோணங்கள் குத்தெதிர்க்கோணங்கள் ஆகும்.



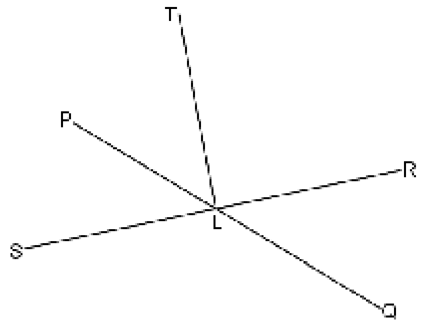
மேலே உள்ள உருவில்

(i) $A\hat{X}C$, $B\hat{X}D$

(ii) $A\hat{X}D$, $B\hat{X}C$ என்பன குத்தெதிர்க் கோணங்களாகும்.

உதாரணம் 8:

கீழேயுள்ள உருவில் PQ, SR, TL என்பன நேர்கோடுகளாகும்.
குத்தெதிர்க்கோணச் சோடிகளை எழுதுக.

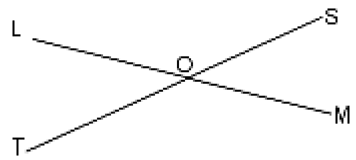


(i) $P\hat{L}S$, $R\hat{L}Q$ (ii) $P\hat{L}R$, $Q\hat{L}S$

1.4 பயிற்சி

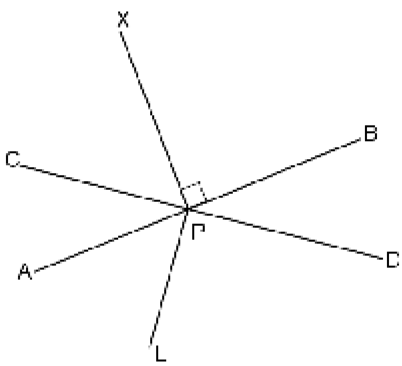
1. AB, CD எனும் நேர்கோடுகள் O இல் ஒன்றை ஒன்று வெட்டுகின்றன. இத்தகவலை வரிப்படம் ஒன்றிலே குறித்து குத்தெதிர்க் கோணச்சோடி ஒன்றைக் குறிப்பிடுக.

2.



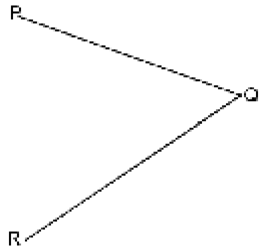
மேலேயுள்ள உருவில் TOL, LOS என்பன குத்தெதிர்க்கோணங்களாக அமையாது என சுரேஷ் கூறினார். இது உண்மையா? காரணம் தருக.

3. கீழேயுள்ள உருவில் AB, CD. XP, LP என்பன நேர்கோடுகளாகும். குத்தெதிர்க் கோணச் சோடிகளை எழுதுக.

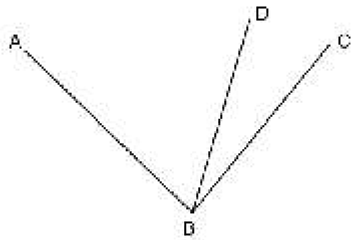


பலவினப் பயிற்சி

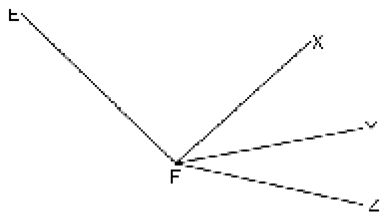
1. பின்வரும் உருக்களில் உள்ள எல்லாக் கோணங்களையும் பெயரிடுக.



I



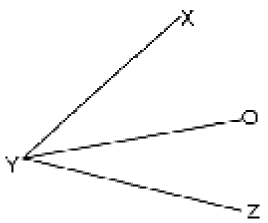
II



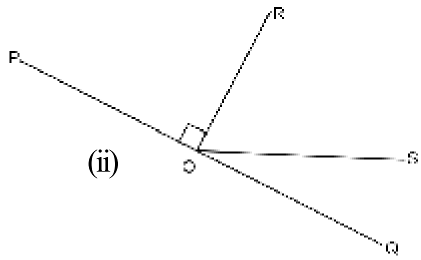
III

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு உருவிலும் உள்ள
   - (i) கூர்ங்கோணங்கள் எத்தனை? அவற்றைப் பெயரிடுக.
   - (ii) விரிகோணங்கள் எத்தனை? அவற்றைப் பெயரிடுக.
   - (iii) செங்கோணங்கள் எத்தனை? அவற்றைப் பெயரிடுக.
   - (iv) நேர்கோணங்கள் எத்தனை? அவற்றைப் பெயரிடுக.

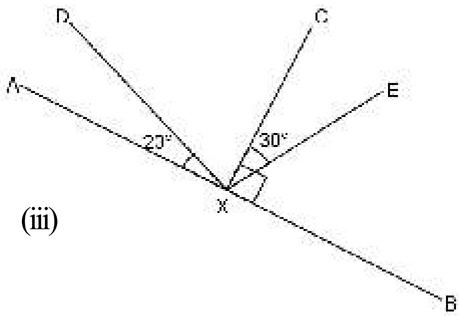
(i)



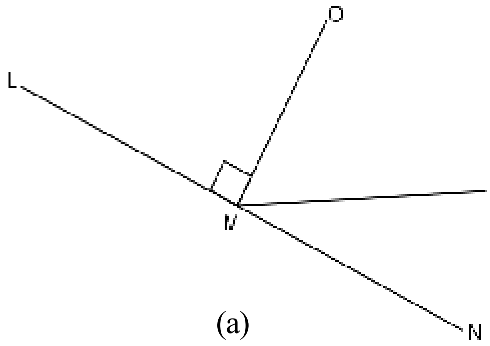
(ii)



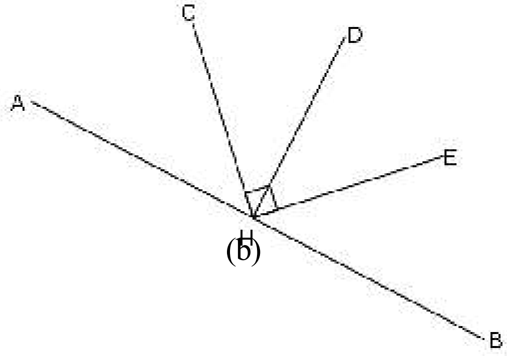
(iii)



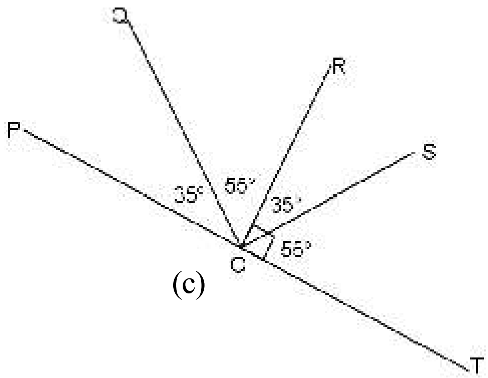
3. கீழேயுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலும் காட்டப்பட்டுள்ள
   (i) அடுத்துள்ள கோணச்சோடிகள்
   (ii) அடுத்துள்ள நிரப்புக் கோணச்சோடிகள்
   (iii) அடுத்துள்ள மிகை நிரப்புக் கோணச்சோடிகள் எல்லாவற்றையும் பெயரிடுக.



(a)

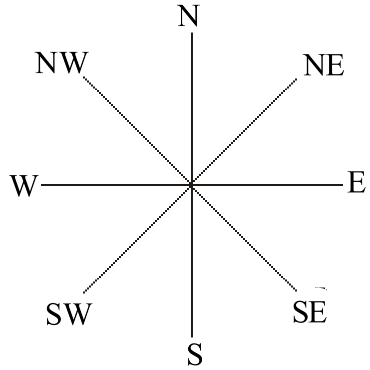


(b)



(c)

4. எண்திசைகளைக் காட்டும் உருவம் ஒன்றைக் கீழே காணலாம். உருவிலுள்ள



உருவைப் பயன்படுத்தி

(a) (i) கூர்ங்கோணங்கள்.
(ii) விரிகோணங்கள்
(iii) செங்கோணங்கள்
(iv) நேர்கோணங்கள்
(v) பின்வளைகோணங்கள் இரண்டு வீதம் தருக.

(b) (i) அடுத்துள்ள கோணங்கள்
(ii) நிரப்பு கோணங்கள்
(iii) மிகை நிரப்பு கோணங்கள்
(iv) அடுத்துள்ள நிரப்பு கோணங்கள்
(v) அடுத்துள்ள மிகை நிரப்பு கோணங்கள்
(vi) குத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டு வீதம் எழுதுக.

2. வெளிப்படை உண்மை

பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்.

- கணியம் ஒன்றுக்குச் சமமான கணியங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும்.
- சமமான கணியங்கள் இரண்டுடன் இன்னொரு கணியத்தை இருபுறமும் கூட்டும் போது பெறப்படும் கணியங்களும் சமமாகும்.
- சமமான கணியங்கள் இரண்டில் இருந்து இன்னொரு கணியத்தை இருபுறமும் கழிக்கும் போது பெறப்படும் கணியங்களும் சமனாகும்.
- சமமான கணியங்கள் இரண்டை இன்னொரு கணியத்தால் இரு புறமும் பெருக்கும் போது பெறப்படும் கணியங்களும் சமனாகும்.
- சமமான கணியங்கள் இரண்டை இன்னொரு கணியத்தால் இரு புறமும் வகுக்கும் போது பெறப்படும் கணியங்கள் சமனாகும்.

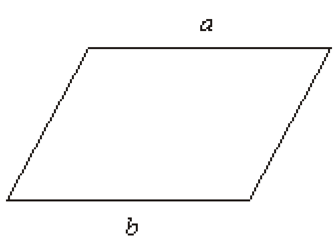
2.1 வெளிப்படை உண்மை –1

நிறுவாமலே உண்மையென ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட கூற்றுக்கள் வெளிப்படை உண்மைகள் எனப்படும்.

கணியம் ஒன்றுக்குச் சமனான கணியங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகும்.

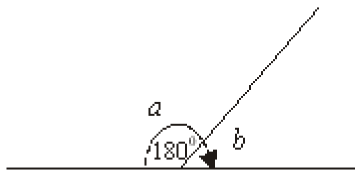
உதாரணம் :
$a = b,\ b = c$ எனின் $a = c$ ஆகும்
$A\hat{B}C = P\hat{Q}R,\ X\hat{Y}Z = P\hat{Q}R$ எனின் $A\hat{B}C = X\hat{Y}Z$ ஆகும்

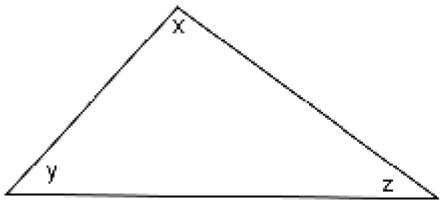
2.1 பயிற்சி



உருவில் a = 10cm, b = 10cm எனின், நீளங்கள் தொடர்பாக a, b என்பவற்றிற்கிடையே உள்ள தொடர்பு யாது?

2.

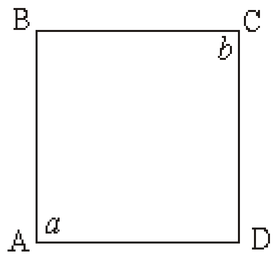




$a + b = 180^0$ $\qquad\qquad$ $x + y + z = 180^0$

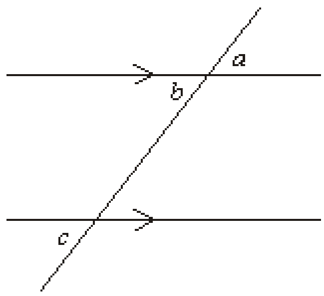
இதன்படி நீங்கள் யாது கூறுவீர்?

3.



படத்தில் $AB \perp AD$, $BC \perp CD$ ஆகும்.
இடைவெளியைப் பூரணப்படுத்துக.
a இன் பருமன் = ...
b இன் பருமன் = ...
∴ a இன் பருமன் = ...

4.



படத்தில் $a = b$ ஆகும் (குத்தெதிர்க்கோணம்)

$b = c$ ஆகும் (ஒத்த கோணம்)

இதன்படி நீர் கூறும் முடிவை எழுதுக.

2.2 கூட்டல் வெளிப்படை உண்மையும் கழித்தல் வெளிப்படை உண்மையும்

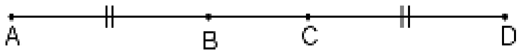
வெளிப்படை உண்மை 2

கூட்டல் வெளிப்படை உண்மை: சமமான கணியங்கள் இரண்டிற்கு இன்னும் ஒரு கணியத்தை இருபுறமும் கூட்டும் போது பெறப்படும் கணியங்களும் சமனாகும்.

$a = b$ எனின் $a + c = b + c$ ஆகும்.

வெளிப்படை உண்மை 3

கழித்தல் வெளிப்படை உண்மை. சமமான கணியங்கள் இரண்டில் இருந்து இன்னும் ஒரு கணியத்தை இருபுறமும் கழிக்கும் போது பெறப்படும் கணியங்களும் சமனாகும். $a = b$ எனின் ஆகும்.

உதாரணம் - 2 

ABCD ஒரு நேர்கோடாகும்;. AB = CD ஆகும். AC = BD எனக்காட்டுக.

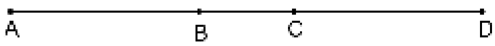
நிறுவல்:

AB = CD $\rightarrow$ (இரு சம கணியங்கள்)

இரு புறமும் BC ஐக் கூட்டும் போது

AB + BC = CD + BC $\rightarrow$ (கூட்டல் வெளிப்படை உண்மை)

$\therefore$ AC = BD

உதாரணம் - 3 

ABCD ஒரு நேர்கோடாகும். AC = BD ஆகும். AB = CD எனக் காட்டுக.

நிறுவல்:

AC = BD $\rightarrow$ (இரு சம கணியங்கள்)

இரு புறமும் BC ஐக் கழிக்கும் போது

AC - BC = BD - BC $\rightarrow$ (கழித்தல் வெளிப்படை உண்மை)

$\therefore$ AB = CD

2.2 பயிற்சி

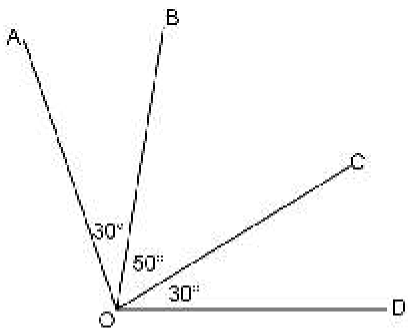
1. 

ABCD ஒரு நேர்கோடாகும். கீழே தரப்பட்டுள்ள செய்கையில் இடைவெளிகளைப் பூரணப்படுத்தி AC = BD எனக் காட்டுக.

AB = 7 cm
CD = ...cm
$\therefore$ AB + BC = ... + BC (வெளிப்படை உண்மை)
ஆயின் AC = ...

2. 

படத்தில் PQRS ஒரு நேர்கோடாகும். PQ = QS எனக் காட்டுக.
(சாடை: பிரசினம் 4 ஐ மீண்டும் பார்க்க)

3. 

$A\hat{O}B = 30^0$

$B\hat{O}C = ...^0$

$\therefore\ A\hat{O}B + B\hat{O}C = ...^0 \longrightarrow (1)$

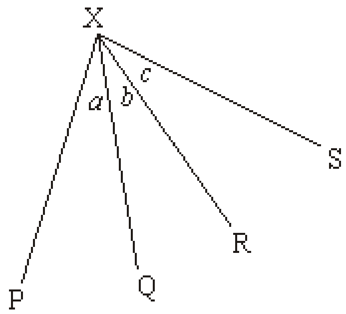
$D\hat{O}C = ...^0$

$B\hat{O}C = ...^0$

$\therefore\ D\hat{O}C + B\hat{O}C = ...^0 \longrightarrow (2)$

$A\hat{O}B + ... = D\hat{O}C + ...$

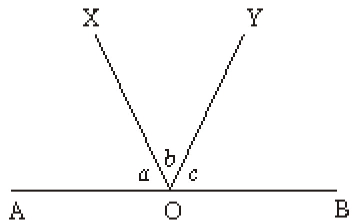
ஆயின் $A\hat{O}C = ...^0$

4. 

தரப்பட்டுள்ள உருவில் $P\hat{X}Q = R\hat{X}S$ எனின், $P\hat{X}R = S\hat{X}Q$ எனக்காட்டுக.
(சாடை : $a+b = c+b$ என நிறுவுக.)

5. 

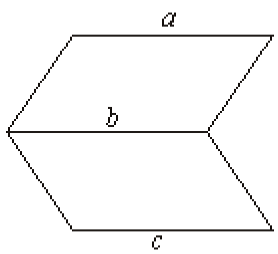
PR = QS = 15cm , QR = 6cm எனின் PQ = RS எனக்காட்டுக.

6. 

தரப்பட்ட உருவில் AOB ஒரு நேர்கோடாகும்.

$A\hat{O}Y = B\hat{O}X$ எனின்

$a = c$ எனக் காட்டுக.

7. 

உருவில் இருந்து கீழே தரப்பட்டுள்ள முடிவுகளுக்குப் பொருத்தமான வெளிப்படை உண்மைகளை எழுதுக.

$a = c,$

$b = c$ எனின் $a = b$

$a = b$ எனின் $na = nb$ ஆகும்.

2.3 பெருக்கல் வெளிப்படை உண்மையும் வகுத்தல் வெளிப்படை உண்மையும்

வெளிப்படை உண்மை 4

பெருக்கல் வெளிப்படை உண்மை

சமனான கணியங்கள் இரண்டை இன்னொரு கணியத்தால் இருபுறமும் பெருக்கும் போது பெறப்படும் கணியங்களும் சமனாகும்.

.

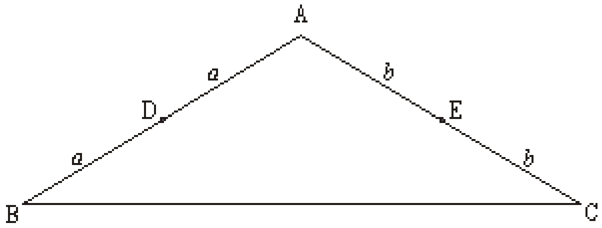
வெளிப்படை உண்மை 5

வகுத்தல் வெளிப்படை உண்மை

சமமான கணியங்கள் இரண்டை இன்னொரு கணியத்தால் இருபுறமும் வகுக்கும் போது சமமான கணியங்கள் பெறப்படும்.

$a = b$ எனின் $\frac{a}{n} = \frac{b}{n}$ ஆகும். இங்கு $n \neq 0$

உதாரணம் : 5



முக்கோணி ABC இல் D, E என்பன முறையே AB, AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளி களாகும். $a = b$ எனின் $AB = AC$ எனக்காட்டுக.
நிறுவல்:

$a = b$ (தரப்பட்டுள்ளது)

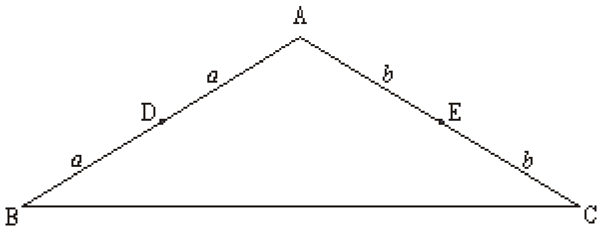
$2a = 2b$ பெருக்கல் வெளிப்படை உண்மை

$a + a = b + b$

ஆயின் AD+ DB = AE = EL

$AB = AC$

உதாரணம் : 6



முக்கோணி ABC இல் $AB = AC$ ஆகும். பக்கங்கள்
AB, AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D,E ஆகும். a =b எனக்காட்டுக.

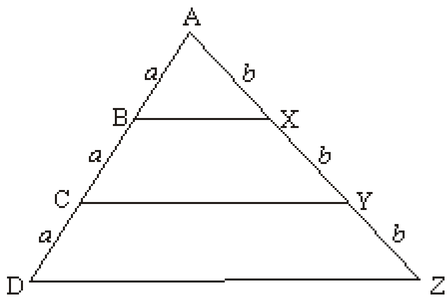
நிறுவல்
AB= AC தரப்பட்டுள்ளது.

$\frac{AB}{2} = \frac{AC}{2}$ வகுத்தல் வெளிப்படை உண்மை

ஆயின் , $AD = AE$

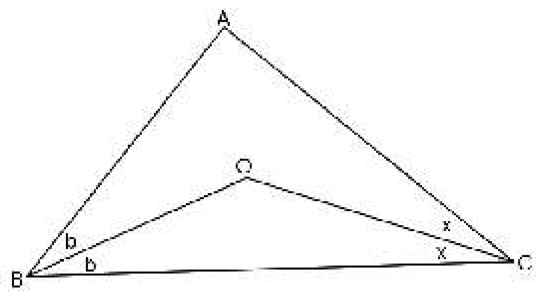
$\therefore a = b$

2.3 பயிற்சி



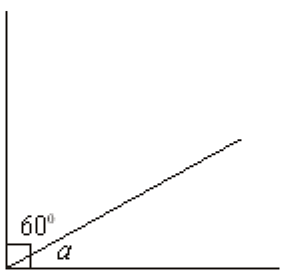
1. AD, AZ ஆகிய பக்கங்கள் முக்கூறிடப்பட்டுள்ளன.
   a = b ஆகும் (மூன்று சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன)
   (i) AC = AY எனவும்
   (ii) AD = AZ எனவும் காட்டுக.

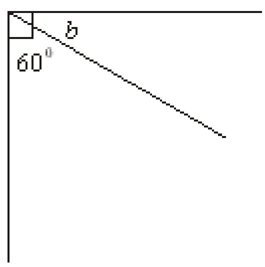
2. முக்கோணி ABC இல் கோணங்கள் B,C என்பவற்றின் இருகூறாக்கிகள் O இல் சந்திக்கின்றன.



$\hat{B} = \hat{C}$ எனின்
$b = x$ எனக் காட்டுக

3.

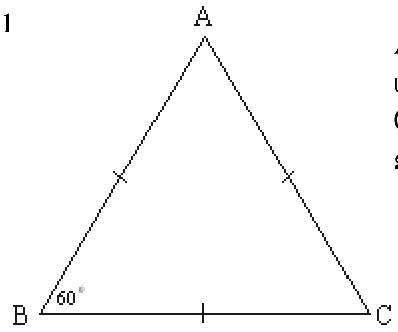




(i) மேலுள்ள உருக்கள் இரண்டிலும் தரப்பட்ட தரவுகளுக்கேற்ப a = b ஆகுமா? காரணம் தருக.
(ii) வேறு முறையில் a = b என்பதைக் காட்டுக. உறுதிப்படுத்துக.

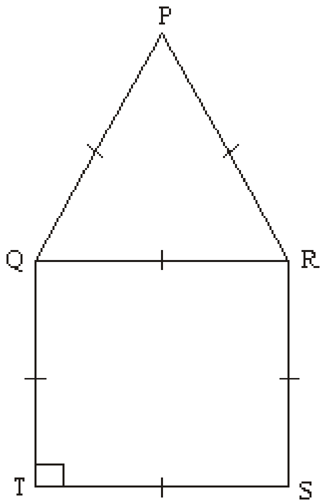
2. பலவினப் பயிற்சி

1



ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும். இம்முக்கோணியின் பக்கங்களுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பையும், கோணங்களுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பையும் எழுதுக
உதாரணம்: AB=BC

2.



$\hat{PQR} = 60^0$
$\hat{TQR} = 90^0$

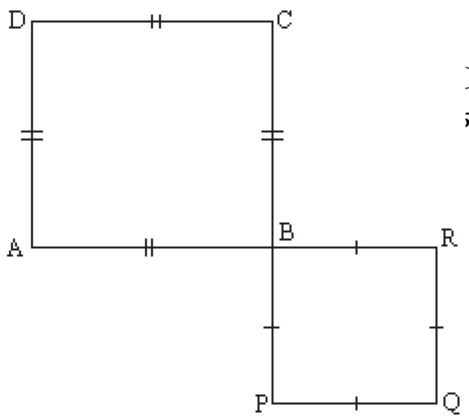
உருவில் PQR ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும், QRST சதுரமாகும்.

(i). $P\hat{Q}R, P\hat{R}Q$ என்பவற்றிற்கிடையிலுள்ள தொடர்பை எழுதுக.

(ii). $P\hat{Q}R, Q\hat{R}S$ என்பவற்றிற்கிடையிலுள்ள தொடர்பை எழுதுக.

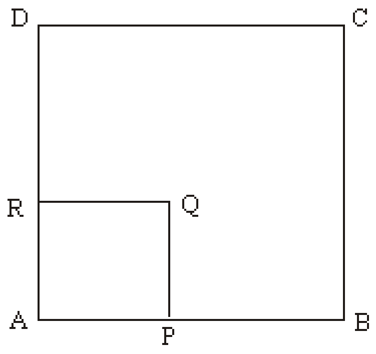
(iii). $P\hat{Q}T = P\hat{R}S$ என்பதற்கான காரணத்தை எழுதுக.

3.



CD , PQRB ஆகிய இரு சதுரங்களைக்
ள்ளது.AR,PC என்பன இருநேர்கோடு
AR = CP எனக் காட்டுக.

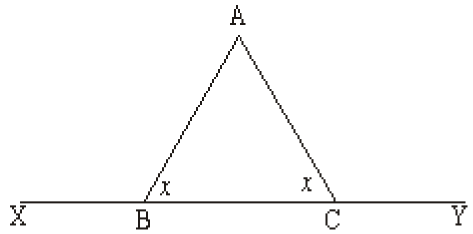
4.



உரு ABCD, APQR ஆகிய இரு சதுரங்களைக் கெண்டுள்ளது. BP = DR எனக் காட்டுக.

(சாடை: கழித்தல் வெளிப்படை உண்மை)

5.



உருவில் $A\hat{B}X = A\hat{C}Y$ எனக் காட்டுவதற்கு. கீழே தரப்பட்டுள்ள செய்கையில் இடைவெளிகளைப் பூரணப்படுத்துக.

$A\hat{B}X + A\hat{B}C =$ ....^{0}

$A\hat{C}Y + A\hat{C}B =$ ....^{0}

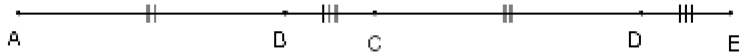
$\therefore\ A\hat{B}X + A\hat{B}C = A\hat{C}Y +$ ....
(வெளிப்படை உண்மை)

ஆனால் $A\hat{B}C = A\hat{C}B$
(தரப்பட்டுள்ளது)

$A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$ சம கோணங்களை முறையே இருபுறமும் கழிக்க

$\therefore\ A\hat{B}X =$ ....

6.



நேர்கோடு ABCDE இல் AB = CD, BC = DE ஆகும்

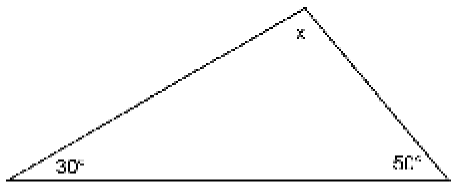
AC = CE எனக் காட்டுக.

2.4 நிறுவல்

பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு கேத்திரகணிதத்தில் நிறுவல்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

கணித்தலின் போது நிறுவல் பின்வருமாறு அமைகிறது.

உதாரணம் - 1



தரப்பட்டுள்ள தரவுகளைக் கொண்டு இன் பெறுமானம் என நிறுவுதல்.

$$x + 30^0 + 50^0 = 180^0$$
$$\therefore\ x = 100^0$$

தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப வெளிப்படை உண்மை மூலமும் தேற்றங்களை பாவிப்பதன் மூலமும் பிரசினங்களுக்கு தீர்வு காண முடியும்.

உதாரணம் - 2

இணைகரம் இல் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. முக்கோணி $ABC\Delta$, $DCB\Delta$ என்பன ஒருங்கிசையும் என நிறுவுக. இங்கு கிடைக்கும் முடிவு எல்லா இணைகரங் களுக்கும் உண்மையாகும்.

நிறுவலுக்காக

- தரவுகள்
- வெளிப்படை உண்மைகள்
- காரணங்கூறல்
- தேற்றங்கள் ஆகியவற்றை பயன்படுத்துவர்.

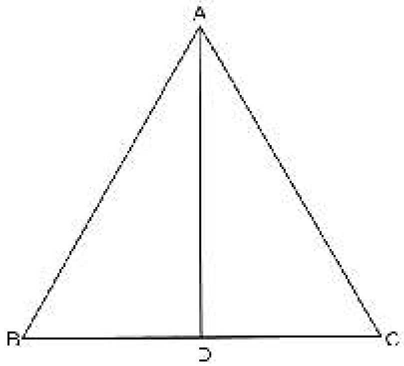
நிறுவல் ஒன்றில் பின்பற்றும் முறைகள் பின்வருமாறு

1. பருமட்டான வரிப்படம்
2. தரவு
3. நிறுவ வேண்டியது
4. அமைப்பு
5 நிறுவல்

பருமட்டான வரிப்படம்

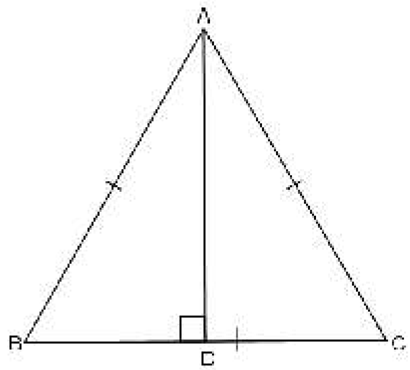
- கேத்திரகணித பிரசினங்களை தீர்ப்பதற்கு பருமட்டான வரிப்படம் வரைதல் அத்தியாவசியமானதாகும்.
- தரப்பட்ட தரவுகளை படத்தில் குறியீடுகள் மூலம் குறித்து காட்டப்பட வேண்டும.
- சில பிரசினங்களில் வரிப்படம் தரப்படுகிறது. அதை உரியவாறு பிரதி செய்து தரவுகள் குறித்துக்காட்டப்பட வேண்டும்.

உதாரணம் - 1



உரு ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும். Aஇலிருந்து பக்கம் BC இற்கு செங்குத்து வரையப்பட்டுள்ளது. இதை நிறுவும் போது இப்படத்தை மீண்டும் வரைந்து தரவுகளை குறித்துக் காட்ட வேண்டும்.

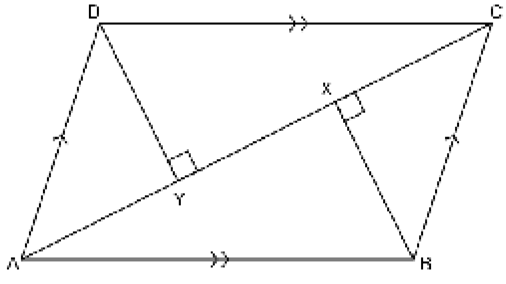
தரப்பட்ட தரவுகளை குறிக்கும் போது



உதாரணம் - 2

ABCD ஒரு செவ்வகமாகும். A,C இணைக்கப்பட்டுள்ளது. BD இலிருந்து AC இற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துகள் முறையே BX, DY ஆகும்

தரவுகளை வரிப்படத்தில் குறித்துக் காட்டும் போது

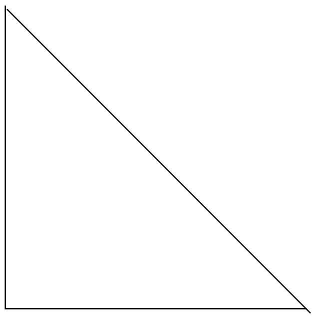


பயிற்சி

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பிரசினங்களுக்கும் வரிப்படம் வரைந்து தரவுகளைக் குறித்துக்காட்டுக.

1. முக்கோணி ABC இல் AB= AC ஆகும். பக்கங்கள் AB, AC மீது முறையே ஆகிய ABPQ, AERS சதுரங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன.

2.



முக்கோணி PQR இல் $P\hat{Q}R = 90^0$ ஆகும். பக்கங்கள் PQ, QR, RP இன் மீது முறையே PQLM, QRXY ஆகிய சதுரங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன.

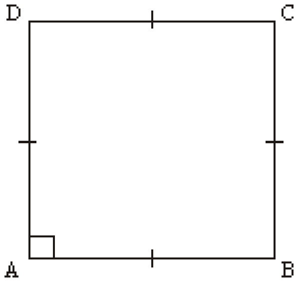
வரிப்படங்கள் அல்லது குறியீடுகள் அல்லது கூற்றுக்கள் மூலம் தரப்படுபவை தரவு எனப்படும்.

உதாரணம் - 1

ABCD ஒரு சதுரமாகும். இதில் இரு கூற்றுக்கள் தரவுகளாக உள்ளன. அவையாவன

i. ABCD என்ற பெயரும்
ii. அது சதுரம் என்பதும் ஆகும்.

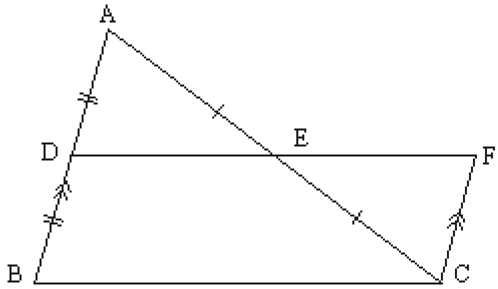
தரப்பட்ட தரவுகளை வரிப்படத்தில் குறித்து படத்தின் கீழ் கூற்றுக்கள் எழுதப்படும்



தரவு : ABCD சதுரமாகும்.

உதாரணம் - 2

முக்கோணி ABC இல் பக்கங்கள் AB, AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E ஆகும். நீட்டப்பட்ட DE யும், புள்ளி C இனூடாக BA இற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் கோடும் F இல் சந்திக்கின்றன.



தரவு : ABC ஒரு முக்கோணியாகும்.

AB, AC என்பவற்றின் நடுப்பள்ளிகள் D, E ஆகும்.
AB // FC ஆகுமாறு CF வரையப்பட்டுள்ளது.

கேத்திரகணிதத்தில் தரவுகளை குறியீடாகவோ அல்லது கூற்றுக்களாகவோ எழுதிக்காட்ட முடியும்

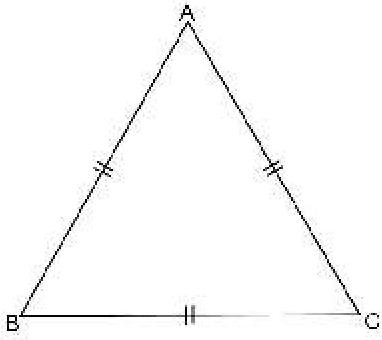
தரப்பட்ட தரவுகளை குறியீடுகளில் குறித்துக் காட்டுவது பிரசினங்களை தீர்ப்பதற்கு இலகுவாகும்.

அமைப்பு

- நிறுவலின் போது, நிறுவலை இலகுவாக்குவதற்கு வரிப்படத்தில் புதிதாக சேர்க்கப்படும் பகுதி அமைப்பாகும். இந்த அமைப்பு நிறுவலுக்கு இலகுவாக இருப்பது அத்தியாவசியமானதாகும்.
- அநேகமான பிரசினங்களின் தீர்வுகளுக்கு அமைப்பு தேவை இல்லை.
- அமைப்பின் போது இரு புள்ளிகளை இணைத்தல், கோணமொன்றை இருகூறாக்குதல், செங்குத்து வரைதல், சமாந்தர கோடுகள் வரைதல் என்பன பொதுவானவையாகும்.
- அமைப்புக் கோடுகள் படத்தில் முறிகோடுகளால் காட்டப்படும்.

உதாரணம் - 1

முக்கோணி ABC இல் AB= AC, BC= AC ஆகும். ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி என நிறுவுக.



தரவு : இல்AB= AC, BC= AC ஆகும்.

நிறுவ வேண்டியது : ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி

நிறுவல் : AB = AC (தரவு)

BC = AC (தரவு)

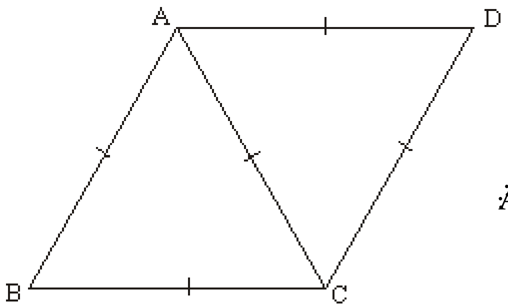
$\therefore AB = BC = AC$

(வெளிப்படை உண்மை)

$\therefore$ ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி

உதாரணம் - 2

ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி பக்கம் AC இன் மீது சமபக்க முக்கோணி ACD வரையப்பட்டுள்ளது. ABCD ஒரு சாய்சதுரம் என நிறுவுக.



$\therefore AB = BC = AD = DC$

தரவு :	ABC, ACD என்பன இரு சமபக்க முக்கோணிகளாகும்
நிறுவ வேண்டியது :	ABCD ஒரு சாய்சதுரமாகும்.
நிறுவல் :	AB = BC = AC (ABCΔ சமபக்க முக்கோணி)
	AD = DC = AC (சமபக்க முக்கோணி)

ABCD ஒரு சாய்சதுரமாகும்.

நிறுவலின் போது தேவையற்ற காரணங்கள் பயன் படுத்துவதை மாணவர்கள் தவிர்க்க வேண்டும்

3. நேர்கோடு தொடர்பான தேற்றங்கள்

பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்.

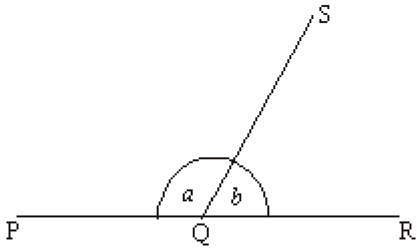
- ஒரு நேர்கோட்டின் மீது அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாகும்.
- ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி அமையும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 4 செங்கோணங்களாகும்.
- இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் போது உண்டாகும் குத்தெதிர் கோணங்கள் சமனாகும்.

ஆகியவற்றை அறிந்துகொள்வீர்கள். இவற்றைப் பிரயோகித்து பயிற்சிகளைச் செய்வதற்கு தேவையான திறன்களைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

3.1 நேர்கோட்டின் மீதுள்ள கோணங்கள்

ஒரு நேர்கோட்டின் மீது அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாகும்.

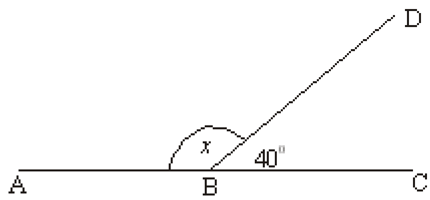
* இத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி x



$\boxed{P\hat{Q}S + R\hat{Q}S = 180^0}$

இதனை $a + b = 180^0$ என எழுத முடியும்.

உதாரணம் - 1



உருவில் $A\hat{B}D$ (x) இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$D\hat{B}C = 40^0$ ஆகும்.

$A\hat{B}D$ ( ) இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு

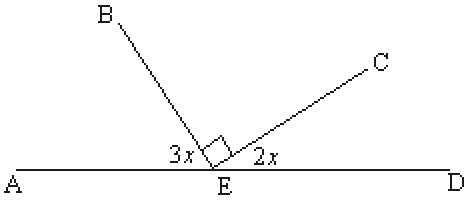
$x + 40^0 = 180^0$ (நேர்கோட்டின் மீது அமையும் கோணங்கள்)

$x + 40^0 - 40^0 = 180^0 - 40^0$ (வெளிப்படை உண்மை)

$x = 140^0$

உதாரணம் - 2

உருவில் AD, BE, CE என்பன நேர்கோடுகள் இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$3x+2x+90^0 = 180^0$

(நேர்கோட்டின் மீது அமையும் கோணங்கள்)

$5x+90^0 = 180^0$

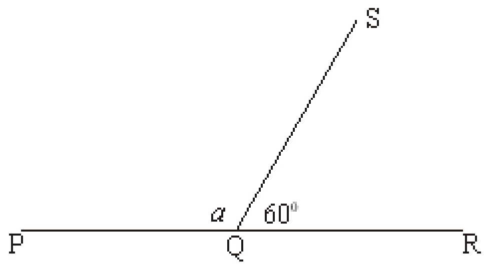
$5x = 90^0$

$\frac{5x}{5} = \frac{90}{5}$

$\underline{\underline{x = 18^0}}$

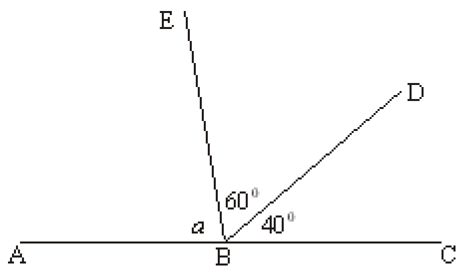
3.1 பயிற்சி

(a) a இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

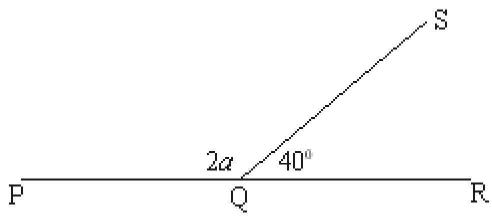


(i)

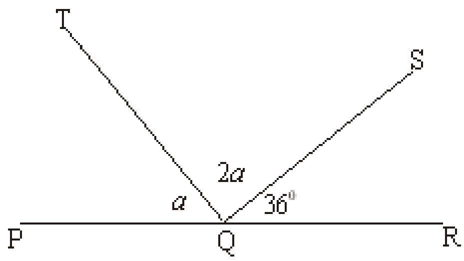
x



(ii)

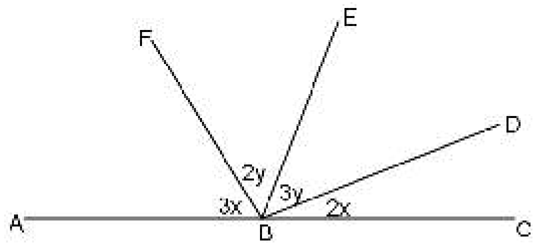


(iii)

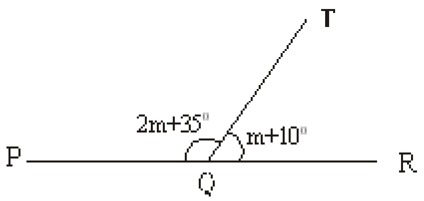


(iv)

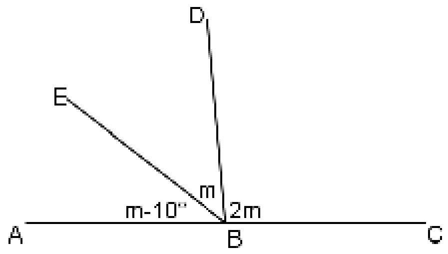
(b) உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி $(x+y)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



(c) கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களைப் பயன்படுத்தி m இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



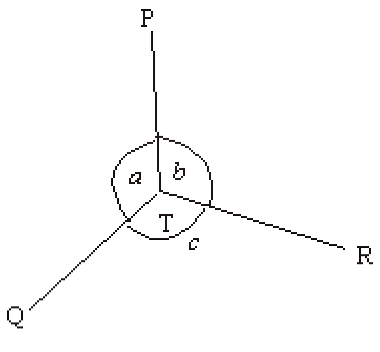
(i)



(ii)

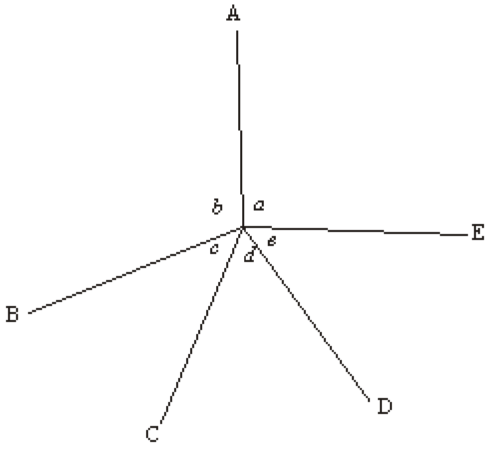
3.2 ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி அமையும் கோணங்கள்

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி அமையும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 4 செங்கோணங்களாகும்.



$$\boxed{P\hat{T}Q + P\hat{T}R + Q\hat{T}R = 360^0}$$

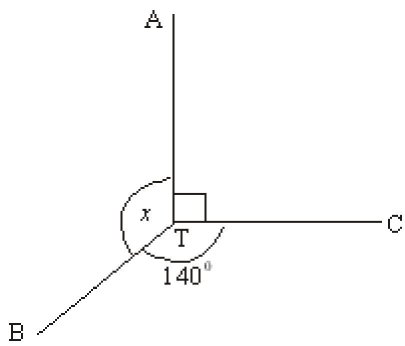
இதனை $a+b+c=360^0$ என எழுத முடியும்



$\hat{a}+\hat{b}+\hat{c}+\hat{d}+\hat{e}=360^0$

உதாரணம் - 3

உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க



$x+90^0+140^0=360^0$

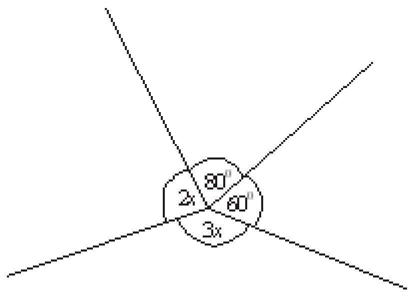
(ஒரு புள்ளியில் அமையும் கோணங்கள்)

$x+230^0 = 360^0$

$x+230^0-230^0 = 360^0-230^0$

$\underline{\underline{x = 130^0}}$

உதாரணம் - 4



$3x+2x+80+60^0= 360^0$

(ஒரு புள்ளியில் அமையும் கோணங்கள்)

$5x+140^0 = 360^0$

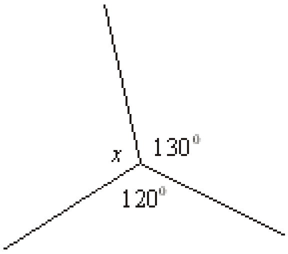
$5x = 220^0$

$\frac{5x}{5} = \frac{220^0}{5}$

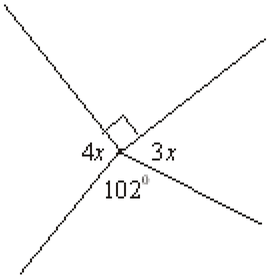
$\underline{\underline{x = 44^0}}$

3.2 பயிற்சி

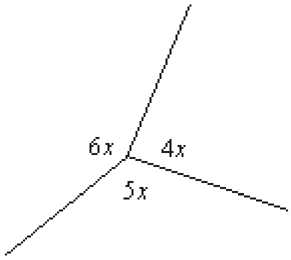
(a) கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



(i)

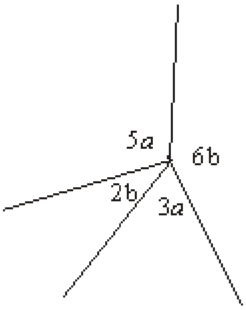


(ii)

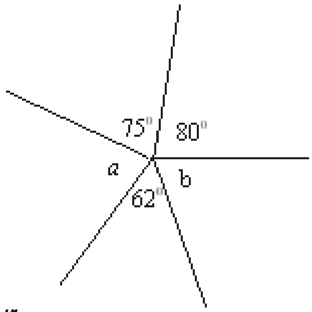


(iii)

(b) தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் காணப்படும் தகவல்களைப் பயன்படுத்தி $(a+b)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

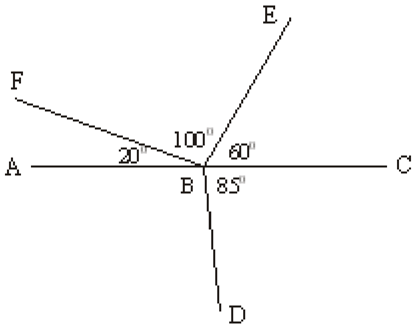


(i)

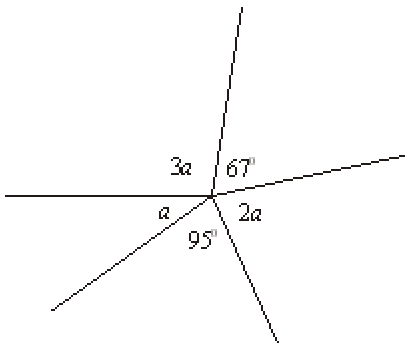


(ii)

(c) தரப்பட்ட உருவில் $A\hat{B}D$ ஐக் காண்பதன் மூலம் $D\hat{B}F$ இன் பெறுமானத் தைக் காண்க.

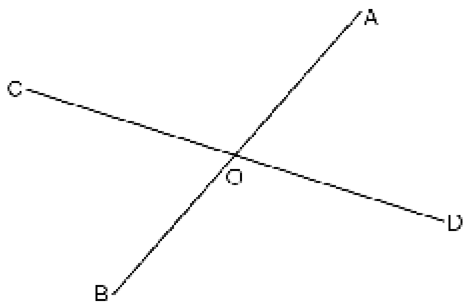


(d) a இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதன் மூலம் $2a$, 3 இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.



3.3 குத்தெதிர்க் கோணங்கள்

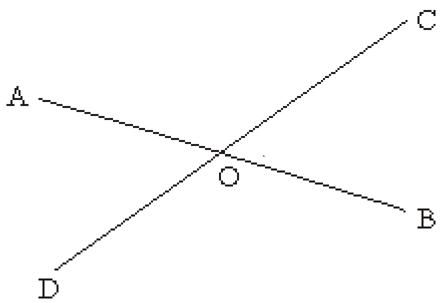
இரண்டு நேர் கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமன்



AB, CD எனும் நேர்கோடுகள் O வில் இடைவெட்டுகின்றன.

$$\boxed{\begin{aligned} A\hat{O}D &= B\hat{O}C \\ A\hat{O}C &= B\hat{O}D \end{aligned}}$$

மேற்படி தேற்றத்தை நிறுவல்.



தரவு : AB, DC எனும் நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று O வில் இடைவெட்டுகின்றன.

நிறுவ வேண்டியது : $A\hat{O}C = D\hat{O}C$

$A\hat{O}D = C\hat{O}D$

நிறுவல் : $A\hat{O}C + B\hat{O}C = 180^0$ (AB நேர்கோடு)

$D\hat{O}B + B\hat{O}C = 180^0$ (DC நேர்கோடு)

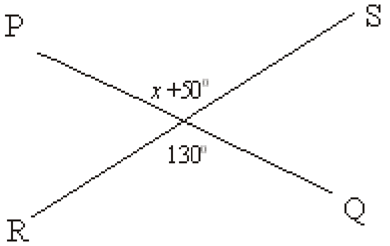
$\therefore\ A\hat{O}C + B\hat{O}C = D\hat{C}B + B\hat{O}C$ (வெளிப்படை உண்மை)

$\therefore\ A\hat{O}C + D\hat{O}B$

இவ்வாறே $B\hat{O}C = A\hat{O}D$ எனக்காட்ட முடியும்.

உதாரணம் - 5

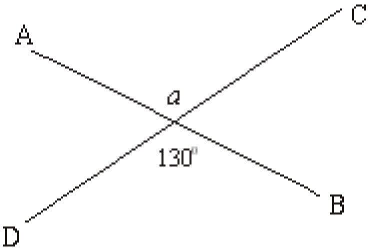
(i) x இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்



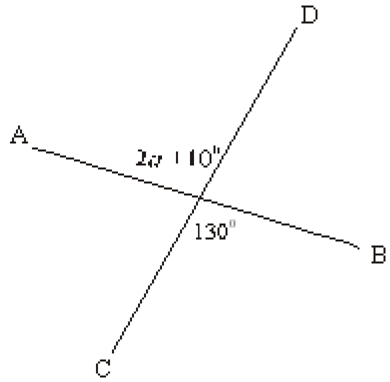
$x+50^0 = 130^0$
(குத்தெதிர்க் கோணம்)
$x+50^0-50^0 = 130^0-50^0$
$\underline{\underline{x = 80^0}}$

3.3 பயிற்சி

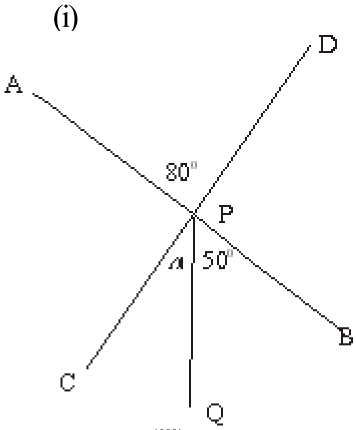
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் a இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.



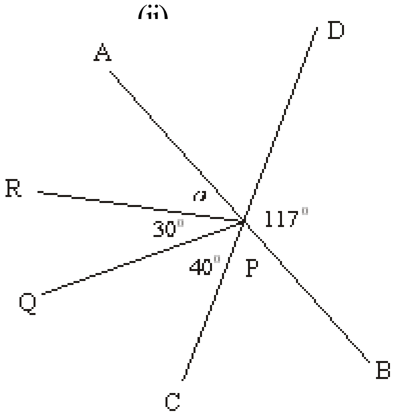
(i)



(ii)



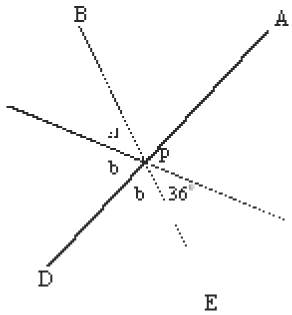
(iii)



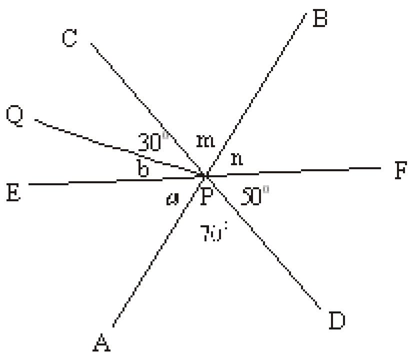
(iv)

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களைப் பயன்படுத்தி a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

AD,BE, என்பன நேர்கோடுகளாகும்.

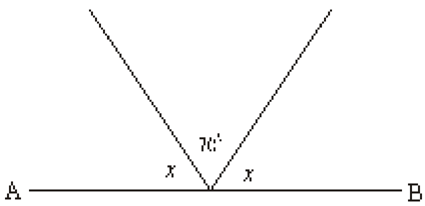


3. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி a, b, m, n ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. AB, CD, EF, PQ என்பன நேர்கோடுகளாகும்.

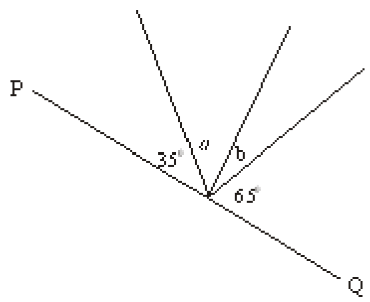


3. பலவினப் பயிற்சி

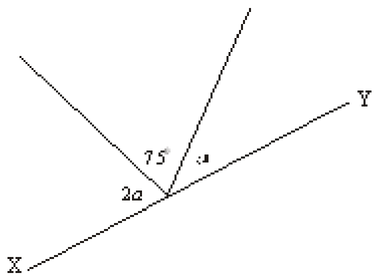
1. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. AB நேர்கோடு.



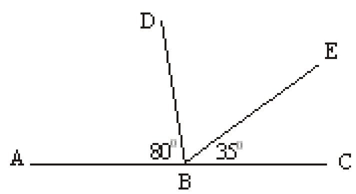
2. PQ நேர்கோடாகும் (a +b) இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



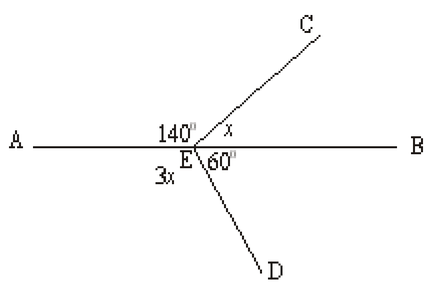
3. a இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு 2a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



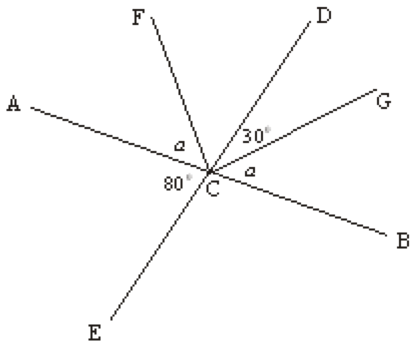
4. AC நேர் கோடாகும். $D\hat{B}E$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



5. தரப்பட்ட உருவைப் பயன்படுத்தி x பெறுமானத்தைக் காண்க. $3x$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. AB நேர்கோடாகும்.

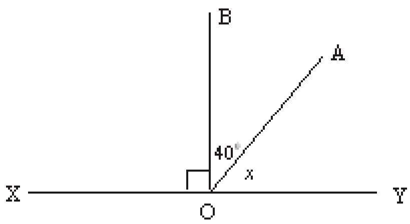


6. AB,DE எனும் நேர்கோடுகள் ஒன்றை ஒன்று C இல் வெட்டுகின்றன.
   i a இன் பெறுமானம் யாது?
   ii $E\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் யாது?
   iii $F\hat{C}D$ இன் பெறுமானம் யாது?

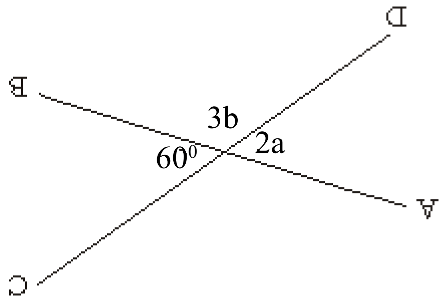


7. AB, CD எனும் நேர்கோடுகள் X இல்இடைவெட்டுகின்றன. $A\hat{X}C = 70°$ $C\hat{X}B, B\hat{X}D, A\hat{X}D$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. (உருவை வரைந்து காண்க)

8. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி
   i. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
   ii. AO ஐ D வரை நீட்டும் போது உண்டாகும் $Y\hat{O}D, X\hat{O}D$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

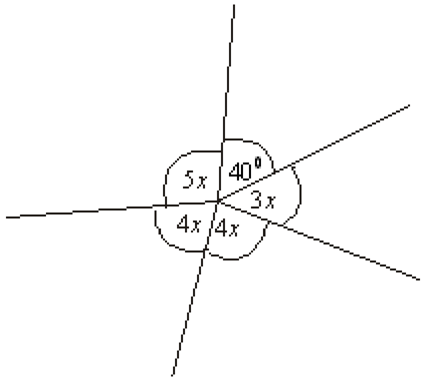


9.



I. 2a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
II. 3b இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

10.



x இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதன் மூலம் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

4. சமாந்தரக் கோடுகள் தொடர்பான கோணங்கள்

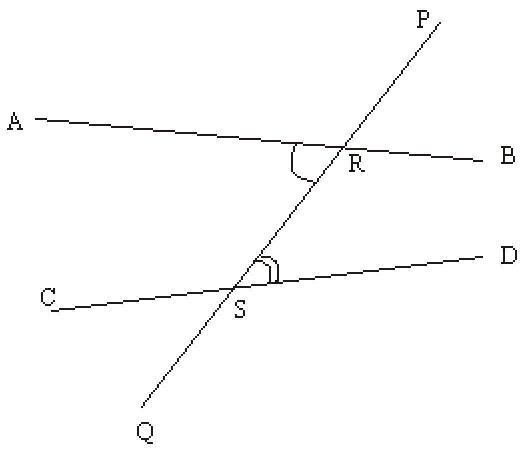
பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

- குறுக்கோடியை இனங்காண்பதற்கும்
- இரண்டு நேர்கோடுகளை குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டுவதன் மூலம் உருவாகும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள், ஒத்த கோணங்கள், நேயக் கோணங்கள் என்பவற்றை இனங்காண்பதற்கும்
- சமாந்திரமான நேர்கோடுகளை இனங்காண்பதற்கும்
- இரண்டு நேர்கோடுகள் குறுக்கோடி ஒன்றினால் வெட்டும் போது உருவாகும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாதல், ஒத்த கோணங்கள் சமனாதல் நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாதல் தொடர்பான தேற்றங்களைப் பயன்படுத்துவதற்கும்
- சமாந்தரக் கோடுகளை வரைவதற்கும்
- சமாந்தரக் கோடுகள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

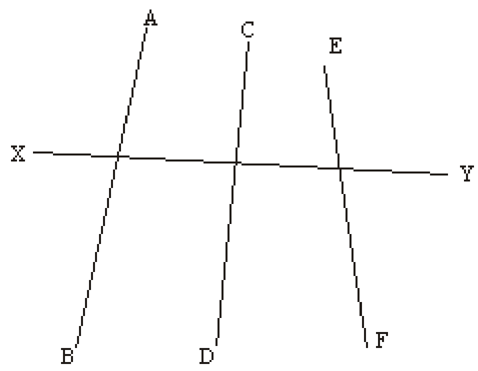
உரிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

4.1 குறுக்கோடி

இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட நேர்கோடு களை, வெட்டிச்செல்லும் நேர்கோடு அந்நேர்கோடு களின் குறுக்கோடி எனப்படும்.



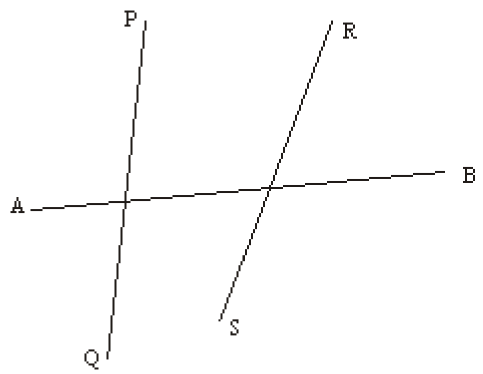
AB, CD எனும் நேர்கோடுகளை, நேர்கோடு PQ முறையே R, S இல் வெட்டுகின்றது. இங்கு PQ குறுக்கோடி எனப்படும்.



AB, CD, EF ஆகிய நேர்கோடுகளை நேர்கோடு XY வெட்டுகிறது.
இங்கு XY குறுக்கோடி எனப்படும்.

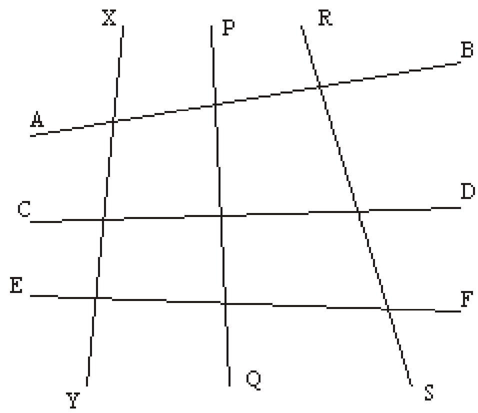
4.1 பயிற்சி

(i)



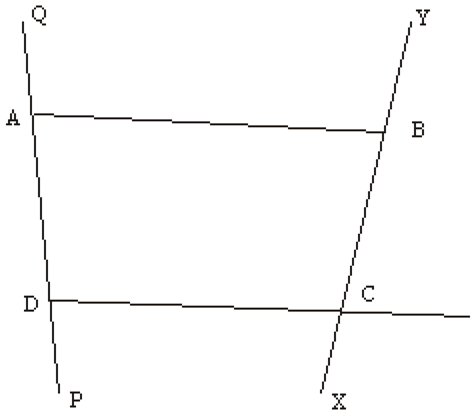
மேலே தரப்பட்ட உருவில் உள்ள குறுக்கோடியைப் பெயரிடுக.

(ii)



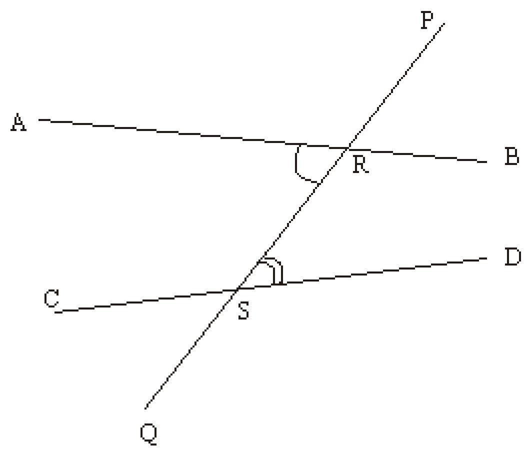
மேலே தரப்பட்ட உருவில் உள்ள நான்கு குறுக்கோடிகளைப் பெயரிடுக.

(iii)



மேலே தரப்பட்ட உருவில் குறுக்கோடி DC ஆல் வெட்டப்படுகின்ற இரு நேர் கோடுகளைப் பெயரிடுக.

4.2 ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்

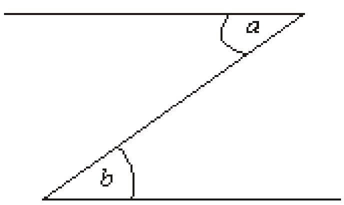


உருவில் AB, CD ஆகியன இரு நேர்கோடுகள் PQ குறுக்கோடியாகும்.

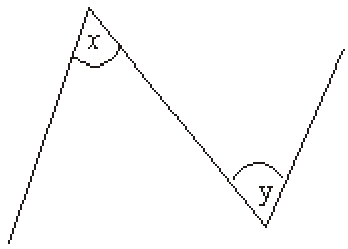
$A\hat{R}S, R\hat{S}D$ ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியாகும்

$B\hat{R}S, C\hat{S}R$ இன்னொரு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியாகும்

உதாரணம் - 1

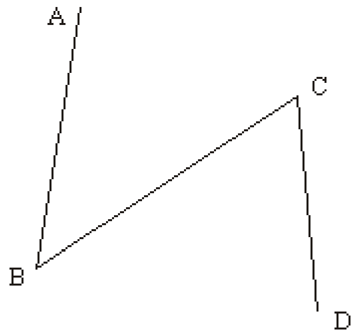


உதாரணம் - 2



உருக்களில் a, b ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடியாகும்.
x, y ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடியாகும்.

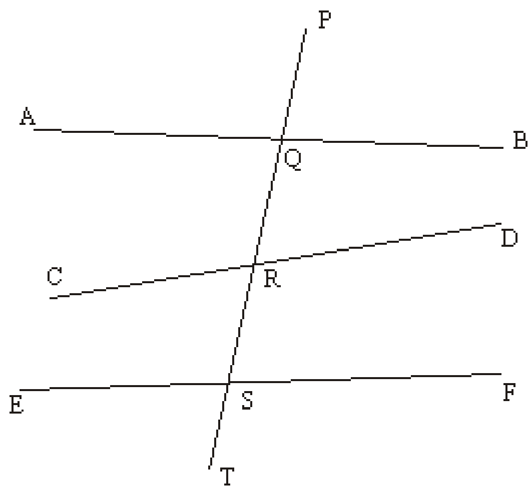
உதாரணம் - 3



படத்தில் $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$ ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியாகும்.

4.2 பயிற்சி

(1) ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளை தெரிவு செய்து இடைவெளி நிரப்புக.

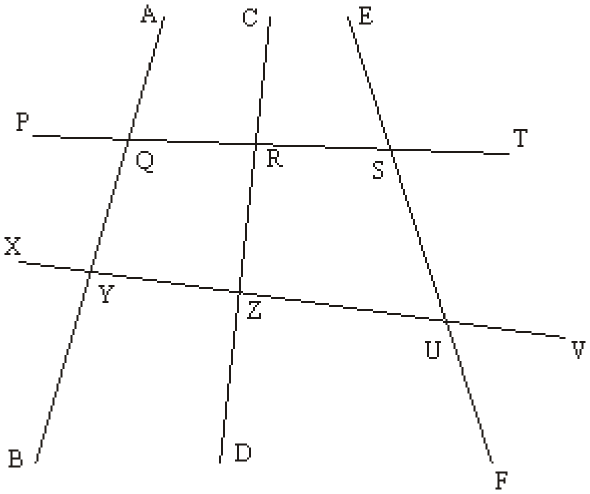


(i) $A\hat{Q}R$ =

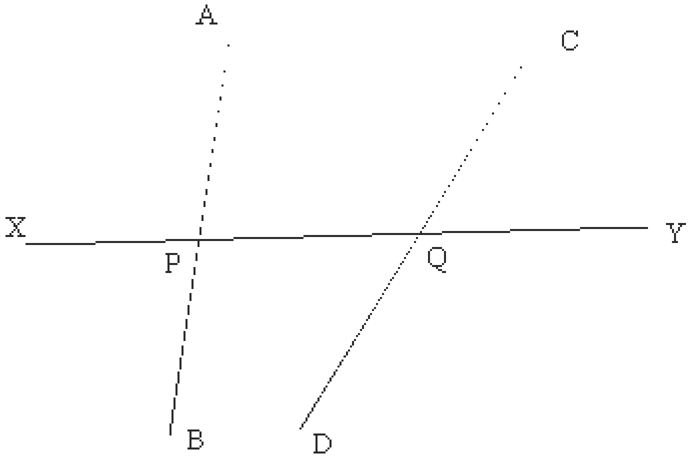
(ii) $D\hat{R}S$ =

(iii) $C\hat{R}S$ =

(2) கீழ்வரும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள நான்கு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளைப் பெயரிடுக.



4.3 ஒத்த கோணங்கள்



ஒத்த கோணச் சோடிகள்

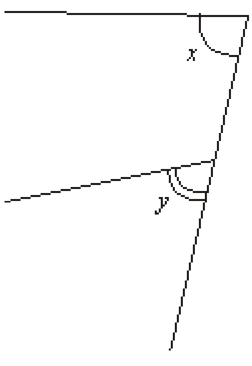
$A\hat{P}Q$ உம் $C\hat{Q}Y$

$X\hat{P}B$ உம் $P\hat{Q}D$

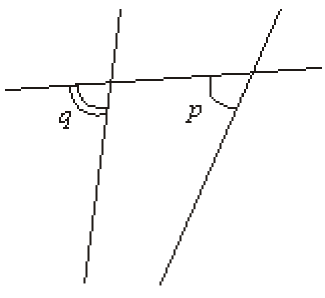
$A\hat{P}X$ உம் $C\hat{Q}P$

$Q\hat{P}B$ உம் $Y\hat{Q}D$

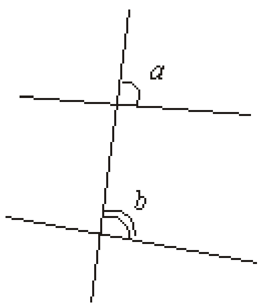
உதாரணம் - 4



உரு (i)



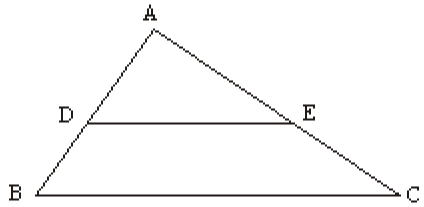
உரு (ii)



உரு(iii)

மேலே தரப்பட்ட உரு (i) இல் x இன் ஒத்த கோணச்சோடி y ஆகும்.
உரு (ii) இல் p இன் ஒத்த கோணச்சோடி q ஆகும்.
உரு (iii) இல் a இன் ஒத்த கோணச்சோடி b ஆகும்.

உதாரணம் - 5



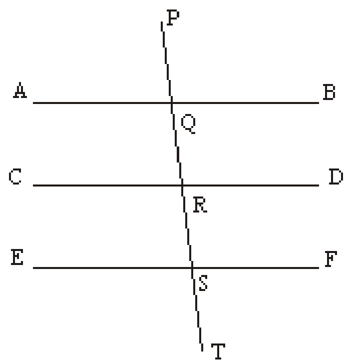
மேலே உள்ள உருவில்

$A\hat{D}E$ இன் ஒத்த கோணச்சோடி $D\hat{B}C$ ஆகும்.

$A\hat{E}D$ இன் ஒத்த கோணச்சோடி $E\hat{C}B$ ஆகும்.

4.3 பயிற்சி

(1)

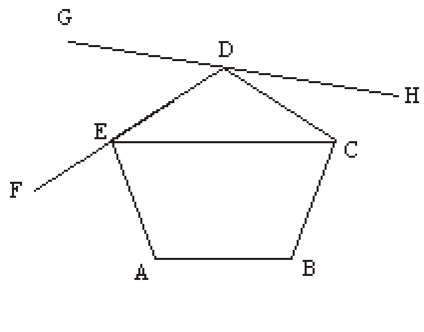


i $E\hat{S}T$ இற்கு ஒத்த கோணங்கள் இரண்டு தருக.

ii $B\hat{Q}R$ இற்கு ஒத்த கோணங்கள் இரண்டு தருக.

iii $C\hat{R}S$ இற்கு ஒத்த கோணங்கள் இரண்டு தருக.

(2)

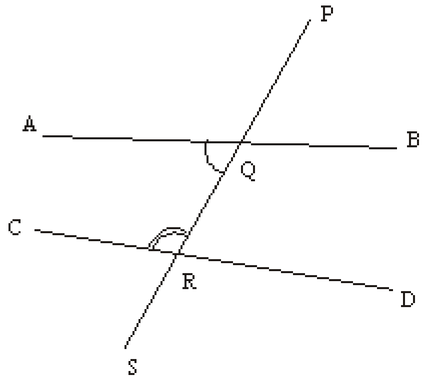


இவ் உருவில்

(i) $H\hat{D}E$ இற்கான ஒத்த கோணச்சோடியை எழுதுக.

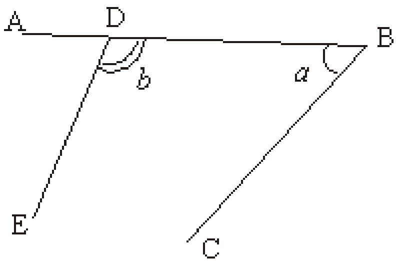
(ii) வேறு ஒத்த கோணச் சோடிகளை எழுதுக.

4.4 நேயக் கோணங்கள்

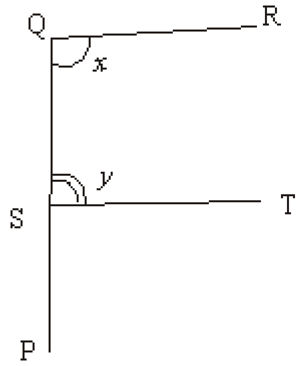


$A\hat{Q}R$, $C\hat{R}Q$ நேயக் கோணச்சோடிகள் ஆகும்.
$B\hat{Q}R$, $Q\hat{R}D$ நேயக் கோணச்சோடிகள் ஆகும்.

உதாரணம் - 6



உரு (i)

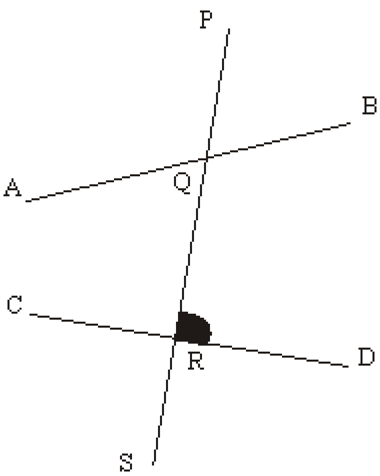


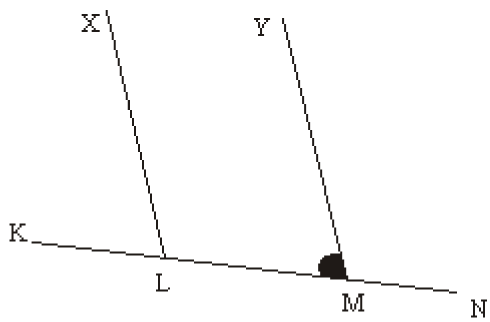
உரு (ii)

உரு (i) இல் கோணம் a இன் நேயக் கோணச்சோடி b ஆகும்.
உரு (ii) இல் கோணம் x இன் நேயக் கோணச்சோடி y ஆகும்.

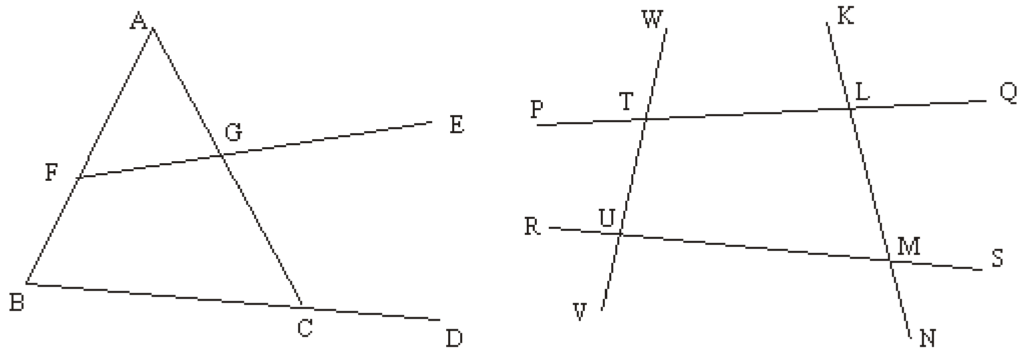
4.4 பயிற்சி

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் நிழற்றிய கோணத்திற்கு உரிய நேயக் கோணச் சோடியை தெரிவு எழுதுக.





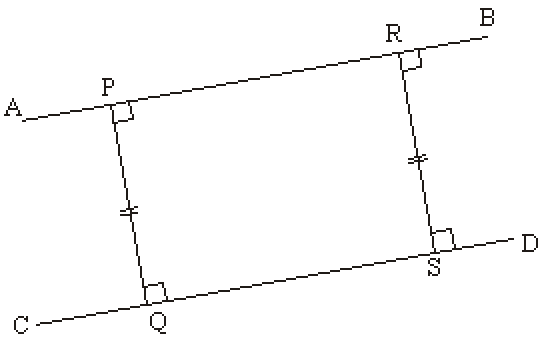
(2) உருக்களில் காணப்படும் நேயக் கோணச் சோடிகளை இயலுமானவரை எழுதுக.



(i) (ii)

(3) நீங்கள் விரும்பிய நேயக் கோணங்கள் அடங்கிய உருக்களை வரையுங்கள். அவற்றில் காணப்படும் நேயக் கோணச் சோடிகளை குறியுங்கள்.

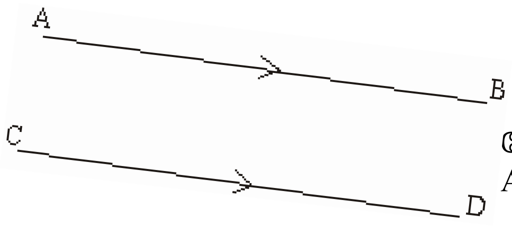
4.5 சமாந்தர நேர்கோடுகள்



சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கிடையேயான செங்குத்துத் தூரங்கள் சமம். PQ = RS எனில; AB, CD ஆகியன சமாந்தரமாகும்.

குறிப்பு :

சமாந்தர நேர்கோடுகள் இரண்டை எவ்வளவு தூரம் நீட்டினாலும் அவைகள் இடைவெட்டாது.

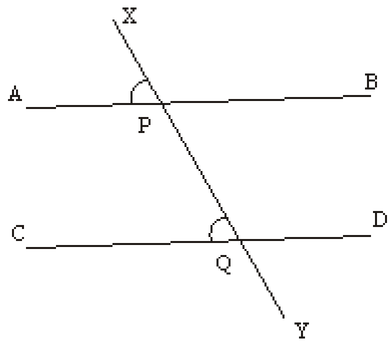


மேலும் AB ,CD இற்கு சமாந்தரமெனில் AB // CD என குறிப்பிடப்படும்.

பிலே பயாஸ் Playfairsaxiam இன் கோட்பாடு : தரப்பட்ட நேர்கோட்டுக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளியில் இருந்து அக்கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாக ஒரேயொரு நேர் கோட்டை மாத்திரமே வரைய முடியும்.

இரு நேர்கோடுகள் சமாந்தரமாகும் சந்தர்ப்பங்கள்

- இரு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது எற்படும் ஒத்த கோணங்கள் சமமெனில் அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமானவையாக இருக்கும்



AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் XY எனும் குறுக் கோடி P, Q எனும் புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன.

$A\hat{P}X = C\hat{Q}P$ அல்லது

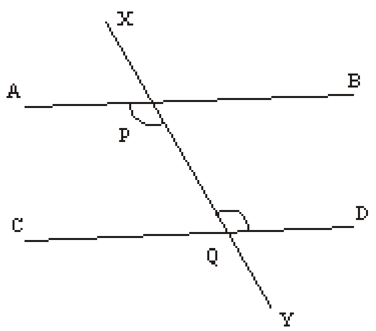
$X\hat{P}B = P\hat{Q}D$ அல்லது

$A\hat{P}Q = C\hat{Q}Y$ அல்லது

$B\hat{P}Q = D\hat{Q}Y$

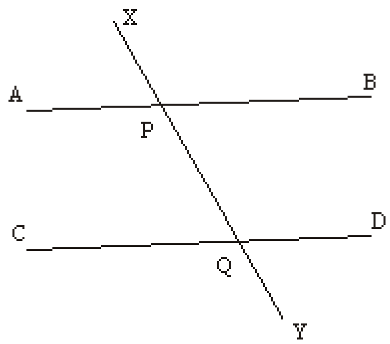
என இருப்பின் AB, CD ஆகியன சமாந்தரக் கோடுகளாகும்.

- இரு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது ஏற்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமெனில் அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமாகும்



$A\hat{P}Q = P\hat{Q}D$ அல்லது $B\hat{P}Q = P\hat{Q}C$ என இருப்பின் $AB \parallel CD$ ஆகும்.

- இரு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது எற்படும் நேயக் கோணச் சோடிகளின் கூட்டுத்தொகை 180^0 எனில் அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமாகும்

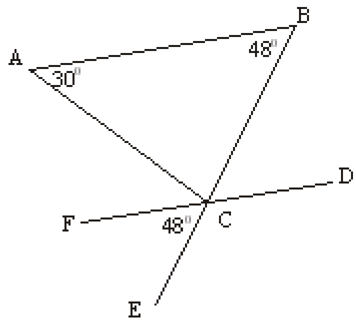


$B\hat{P}Q + P\hat{Q}D = 180^0$ அல்லது

$A\hat{P}Q + P\hat{Q}C = 180^0$

என இருப்பின் $AB \parallel CD$ ஆகும்.

உதாரணம் - 7

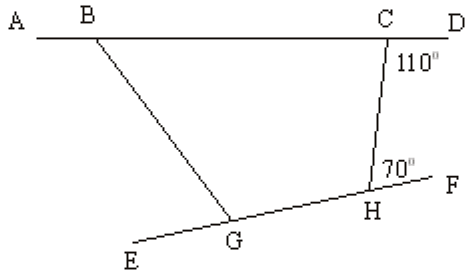


வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்ட தரவுகளுக்கேற்ப AB, FD ஆகியன சமாந்தரமாவதற்கான காரணங் களைத் தருக.

$A\hat{B}C = F\hat{C}E = 48°$ தரவு

$\therefore AB // FD$ (ஒத்தகோணங்கள் சமன்)

உதாரணம் - 8

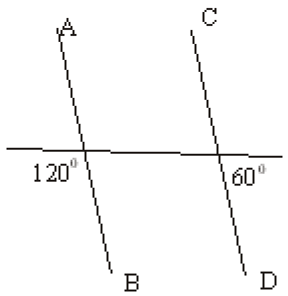


$D\hat{C}H + C\hat{H}F = 180°$

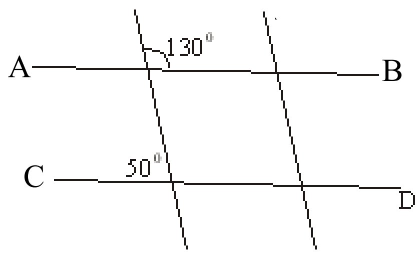
$\therefore AD // EF$ (நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° ஆகும்)

4.5 பயிற்சி

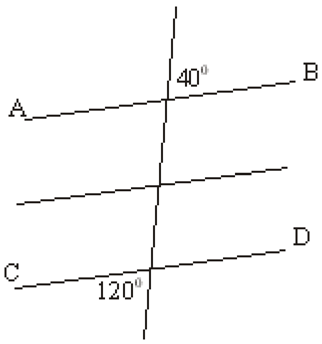
(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருக்களிலும் AB, CD ஆகியன சமாந்தரமா இல்லையா எனக் காரணங்களுடன் காட்டுக.



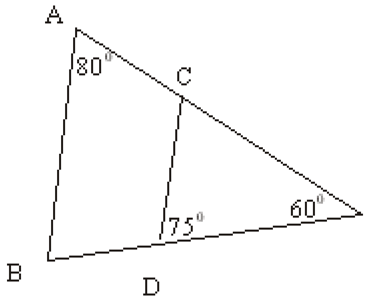
(i)



(ii)

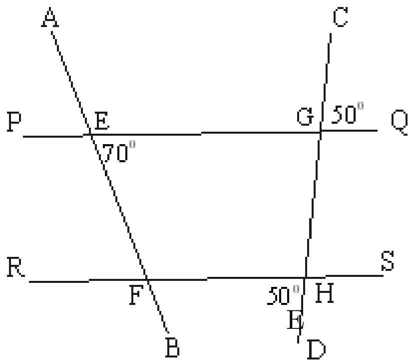


(iii)



(iv)

(2)



(i) படத்தில் காட்டப்பட்ட தரவுகளிற்கேற்ப $PQ // RS$ எனக் காட்டுக.

(ii) $Q\hat{E}F = 70^0$ எனில் $E\hat{F}H$ இன் பெறுமதி யாது?

(iii) $A\hat{E}P$ க்கு சமமான ஒத்தகோணச் சோடி ஒன்றை எழுதுக.

(iv) AB, CD ஆகிய சமாந்தரமற்ற நேர்கோடாக இருப்பதற்கான காரணங் களைத் தருக.

(3) AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகளை XY எனும் கோடு AB ஐ இலும் CD யை F இலும் வெட்டுகின்றது. $X\hat{E}A = 104^0$, $EFC=104^0$ எளிய AB, CD சமாந்தர மாகுமா? காரணம் தருக.

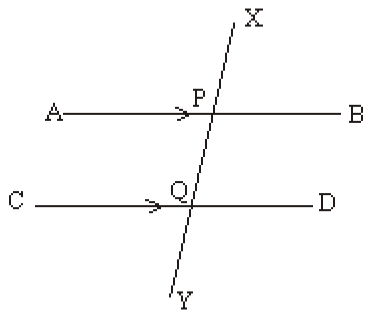
4.6 சமாந்தர நேர்கோடுகளில் அமையும் கோணங்கள்

தேற்றம் : ஒரு சோடி சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது உண்டாகும்

(i) ஒத்த கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

(ii) ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

(iii) நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.



AB, CD என்பன ஒரு சோடி சமாந்தர கோடுகள் ஆகும். XY எனும் குறுக்கோடி AB, CD ஐ முறையே P, Q இல் வெட்டுகின்றது.

மேற்பட்ட தேற்றத்திற்கு அமைவாக,

$A\hat{P}Q = P\hat{Q}D$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$B\hat{P}Q = P\hat{Q}C$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$X\hat{P}B = P\hat{Q}D$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$A\hat{P}Q = C\hat{Q}Y$ (ஒத்த கோணங்கள்)

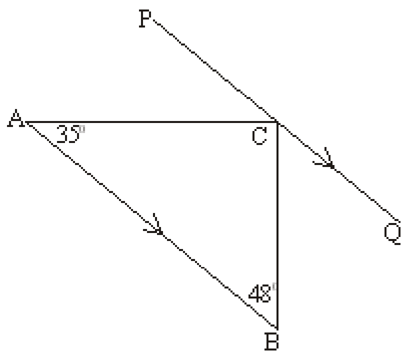
$A\hat{P}X = P\hat{Q}C$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$B\hat{P}Q = D\hat{Q}Y$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$A\hat{P}Q + P\hat{Q}C = 180^0$ (நேயக் கோணங்கள்)

$B\hat{P}Q + P\hat{Q}D = 180^0$ (நேயக் கோணங்கள்)

உதாரணம் - 10



இவ்வுருவில் AB, PQ என்பன சமாந்தர நேர்கோடுகளாகும். ஒன்றுவிட்ட கோணங் களைப் பயன்படுத்தி $A\hat{C}B$ இனது பெறுமானம் காண்க.

தீர்வு : $B\hat{A}C = A\hat{C}P = 35^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$A\hat{B}C = B\hat{C}Q = 48^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$A\hat{C}P + A\hat{C}B + B\hat{C}Q = 180^0$ (அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$35^0 + A\hat{C}P + 48^0 = 180^0$

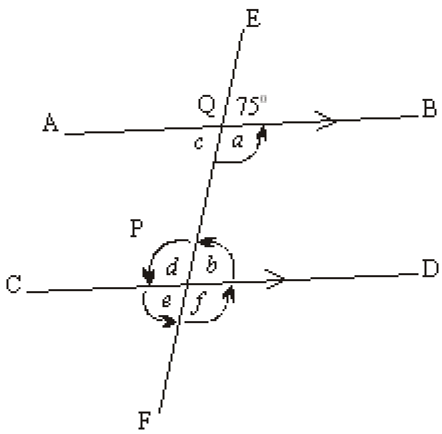
$A\hat{C}B + 83^0 = 180^0$

$A\hat{C}B = 180^0 - 83^0$

$\underline{\underline{A\hat{C}B = 97^0}}$

4.6 பயிற்சி

(1)



AB, CD என்பன ஒரு சோடி சமாந்தர நேர்கோடுகளாகும். குறுக்கோடி EF, AB, CD ஐ முறையே Q, P என்பவைகளில் இடைவெட்டுகின்றது.
காரணத்துடன் பின்வரும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

i. $b =$ .... (ஒத்த கோணங்கள்)

ii. $c = b$ (..)

iii. $e = c$ (..)

iv. $a + b =$ . ... (..)

v. $a = 180^0$ - ....(..)

vi. .... = (ஒத்த கோணங்கள்)

(2) $\triangle ABC$ யில் $\hat{B} = 60^0$, $\hat{C} = 60^0$ ஆகும். BA ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. A இனூடு BC இற்கு சமாந்தரமாக AX வரையப்பட்டுள்ளது. காரணத்துடன் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

i. $D\hat{A}X$

ii. $C\hat{A}X$

(3) நாற்பக்கல் PQRS இல் PQ // SR , PS // QR˙ ஆகும்.

(i) மிகை நிரப்புக் கோணச் சோடிகளைப் பெயரிடுக.

(ii) QR, A வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது எனில் ஒத்த கோணச்சோடியைப் பெயரிடுக.

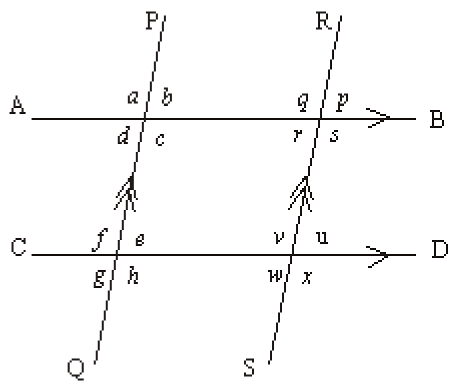
(iii) $S\hat{R}A = 100^0$ எனில் $S\hat{P}Q$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(4) நாற்பக்கல் ABCD யில் AB//CD; $D\hat{A}B$ - 70^0, $A\hat{B}C = 80^0$ எனில்

i. $A\hat{D}C$ PQ//RS

ii. $D\hat{C}B$

என்பவற்றைக் கணிக்க.

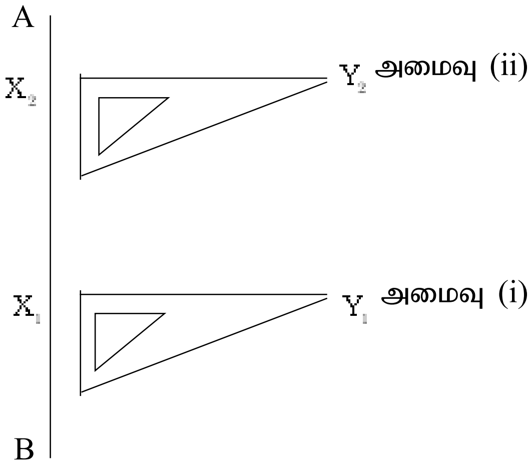
(5) 

இங்கு AB//CD , ; வரிப்படத்தின் உதவியுடன் கீழ்வரும் அட்டவணை யில் வெற்றிடம் நிரப்புக.

கோணம்	ஒத்தகோணம்	ஒன்றுவிட்ட கோணம்	நேயக் கோணம்
b			
d			
f			
w			
u			

4.7 சமாந்தர நேர்கோடுகள்

மூலைமட்டம், நேர்விளிம்பு ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி சமாந்தரக் கோடுகளை வரைதல்.



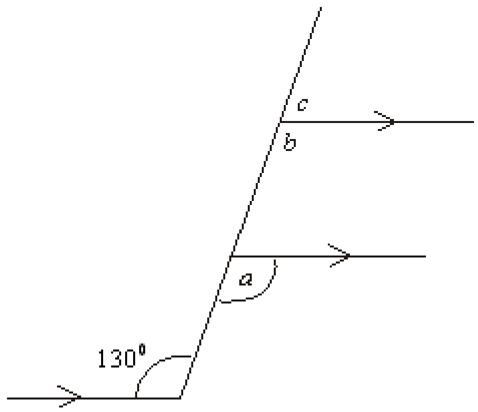
கோடு AB இல் நேர்விளிம்பை வைக்க
AB யை நிலையாக வைத்து மூலைமட்டத்தை நகற்றுவதன் மூலம் X_2Y_2, X_1Y_1 ஆகிய நேர்கோடுகளை வரைதல்.
இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளையும் வெட்டும் வண்ணம் நேர்கோடு ஒன்று வரைவதன் மூலம் பின்வருவனவற்றை அளக்க.
ஒத்த கோணங்கள் சமம், ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம், நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 என்பவற்றை உறுதிப்படுத்துக.

குறிப்பு :
கேத்திரகணித அமைப்பின் போது மேற்தரப்பட்ட முறை பொருத்தமற்றது.

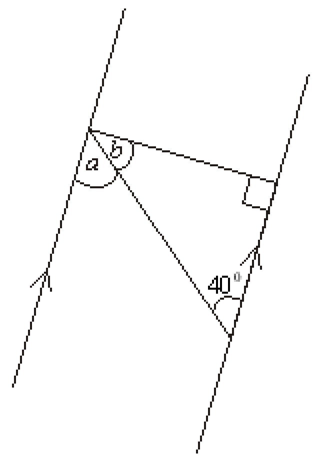
பலவினப் பயிற்சி

1. பின்வரும் வரிப்படங்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும் கோணங்களின் பெறுமானங்களை காண்க.

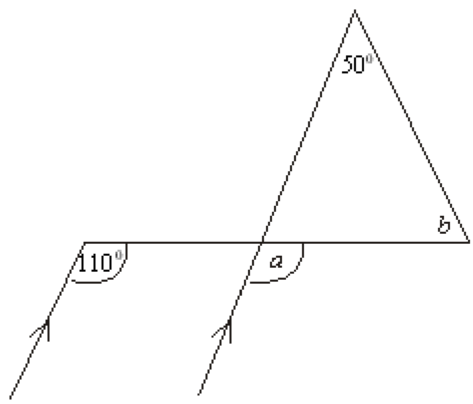
i.



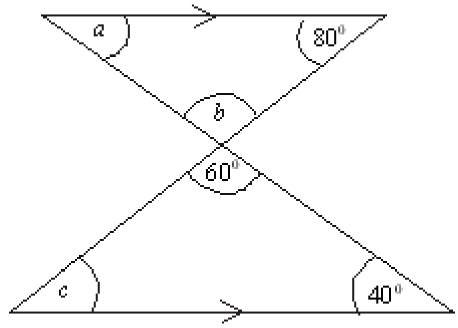
ii.



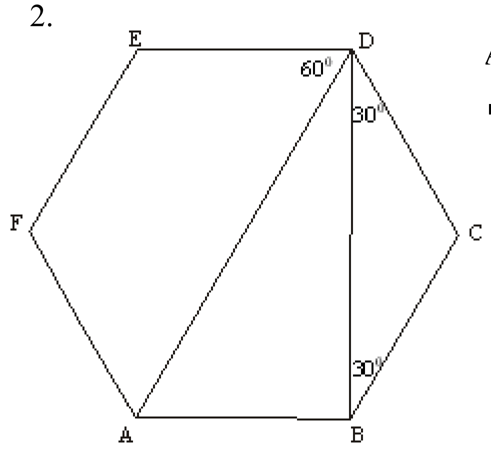
iii.



iv



2.



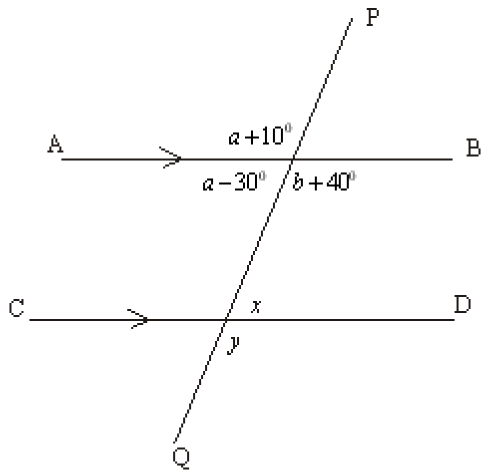
ABCDEF ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியாகும் $C\hat{B}D = C\hat{D}B = 30^0$ ஆகும்.

i. $A\hat{D}C$ இனது இருகூறாக்கி BD என நிறுவுக.

ii. AB // ED என நிறுவுக.

3. AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் எனும் LM நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தானதாகும். AB // CD என நிறுவுக.

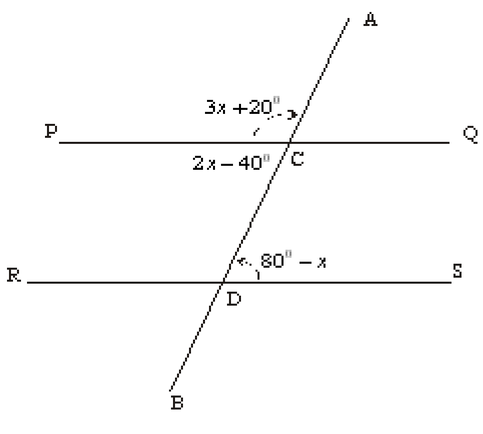
4.



இங்கு AB // CD ; குறுக்கோடி PQ ஆனது AB, CD .ஐ வெட்டுகின்றது வரிப்படம் காட்டும் தரவுகளுக்கேற்ப பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) a
(ii) b
(iii) x
(iv) y

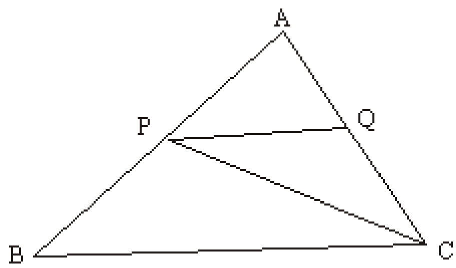
x



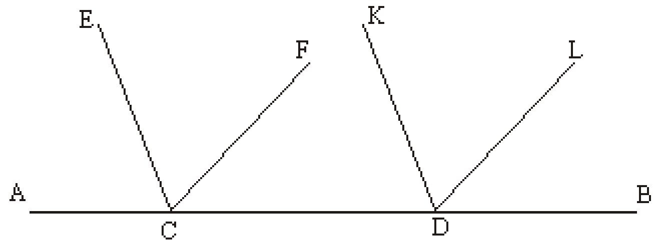
உருவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக் கேற்ப,

(i) ஐக் காண்க
(ii) PQ // RS என நிறுவுக.

6 $\triangle$ABC யில் $B\hat{C}A$ இனது கோண இருகூறாக்கி PC ஆகும். $C\hat{P}Q = Q\hat{C}P$ ஆகும் வண்ணம் AC யில் Q உள்ளது. BC // PQ என நிறுவுக.



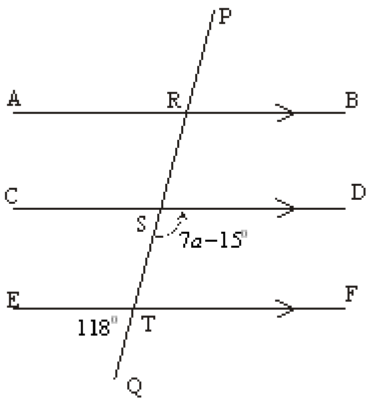
7.



AB எனும் நேர்கோட்டில் $A\hat{C}E = C\hat{D}K$, $E\hat{C}F = K\hat{D}L$ ஆகும் வண்ணம் C,D ஆகிய புள்ளிகள் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) CE//DK (i) CF//DL

8.



AB // CD // EF; $E\hat{T}Q = 118^0$

$T\hat{S}D = 7a - 15^0$ ஆகும்.

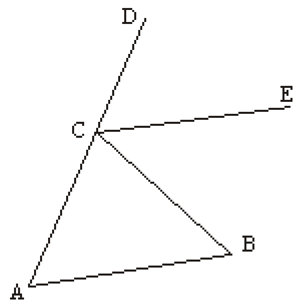
பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

i. a

ii. $P\hat{R}B$

iii. $C\hat{S}T$

9 $\triangle$ABC யில் AC, D வரை நீட்டப் பட்டுள்ளது. $B\hat{C}D$ இன் இருகூறாக்கி CE ஆகும். $D\hat{C}E = A\hat{B}C$ எனில் AB // CE என .நிறுவுக.



5. மூடிய நேர்கோட்டுத் தள உருக்கள்

பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

- மூடிய நேர்கோட்டுத் தள உருக்கள் பல்கோணிகள் என அறிந்து கொள் வதற்கும்
- பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப பல்கோணிகளைப் பெயரிடுவதற்கும்
- குவிவுப் பல்கோணிகளையும் குழிவுப் பல்கோணிகளையும் வெவ்வேறாக இனங்காண்பதற்கும்
- ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் இயல்புகளைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்
- பல்வேறு வகையான நாற்பக்கல்களை வெவ்வேறாக இனங்காண்பதற்கும்

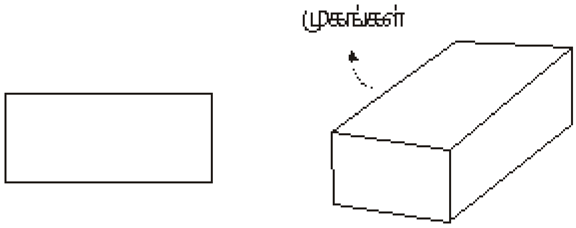
உரிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

5.1 மூடிய நேர்கோட்டுத் தள உருக்கள்

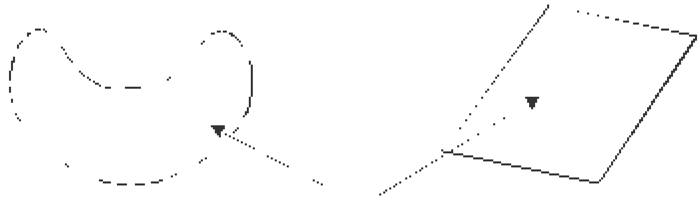
சுற்றாடலில் காணப்படும் வெவ்வேறு திண்ம வடிவங் களில் உள்ள தட்டையான மேற்றளங்கள் முகங்கள் என அழைக்கப்படும்

உதாரணம் :

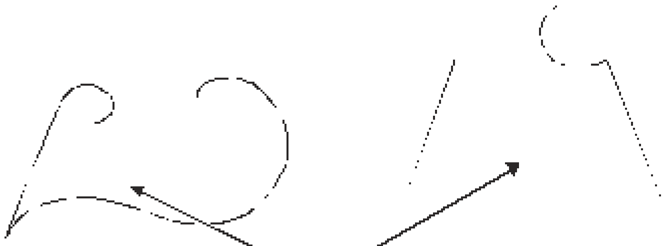
செங்கல் ஒன்றின் முகத்தில் (மேற்றளப்பகுதியின்) வடிவம்



கீழேயுள்ள வடிவங்களில் கோடுகளினால் மூடப்பட்டு இருப்பவை மூடிய தள உருக்கள் எனப்படும். மூடிய தள உருவம் ஒன்றில் உட்பகுதி வெளிப்பகுதி என இரண்டு பிரதேசங்கள் காணப்படும்.



மூடிய உருக்களின் உட்பகுதி



உட்பிரதேசம் ஒன்றை வேறுபடுத்திக்காட்ட முடியாத உருக்கள் திறந்த உருக்கள் என அழைக்கப்படும்.

நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை மட்டும் கொண்ட மூடிய நேர்கோட்டுத் தள உருக்கள் கணிதத்தில் பல்கோணிகள் என அழைக்கப்படும்.

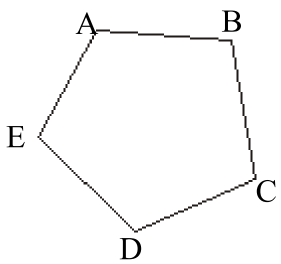
5.1 பயிற்சி

கீழே தரப்பட்டுள்ள திண்மங்களில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள மேற்பரப்புப் பகுதியின் வடிவத்தைப் பருமட்டாக வரைந்து அட்டவணையை பூர்த்தி செய்க.

மேற்றலைப்பகுதி	வடிவம்
i. தீப்பெட்டியின் ஒருமுகம்	
ii. மேசைப் பலகையின் மேற்றளம்	““““““““““““““““““““““““““““
iii. மீன்ரின் ஒன்றின் அடி	““““““““““““““““““““““““““““
iv. கவராயப்பெட்டியின் அடிப்பகுதி	““““““““““““““““““““““““““““
v. கதுரமுகி ஒன்றின் மேற்றளம்	““““““““““““““““““““““““““““
vi. நான்முகி ஒன்றின் ஒருமுகம்	““““““““““““““““““““““““““““

உதாரணம் : 1

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள பல்கோணி ABCDE இன்



(i) பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii) அப்பல்கோணி எப்பெயர் கொண்டு அழைக்கப் படும்

(iii) அகக்கோணங்கள் எத்தனை? அவற்றைப் பெயரிடுக?

விடை

(i). பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 5
AB, BC, CD, DE, AE

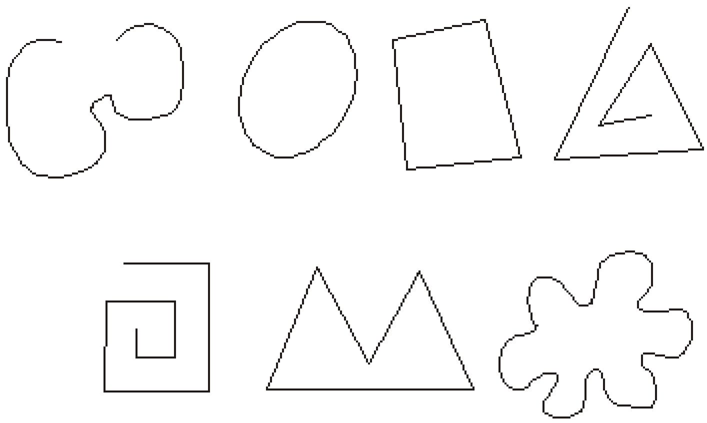
(ii). ஐங்கோணி

(iii). 5, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$, $D\hat{E}A$, $E\hat{A}B$

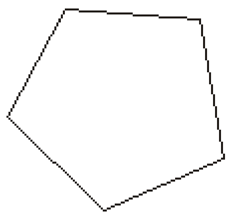
(i). பல்கோணிகளுக்கேற்ப அட்டவணையை நிரப்புக.

பல்கோணிகளுக்கு உரிய கோட்டுத் துண்டங்களின் எண்ணிக்கை	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பல்கோணியின் பெயர்	அகக்கோணத்தின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
3	....	....	3	....
4	4	.நாற்கோணி	4	4
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....

(3) கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருவங்களில் நேர்கோட்டுத் தள உருக்களைத் தெரிவு செய்து அவற்றின் கீழேகோடிடுக.



(4) ஐந்து நேர்கோட்டுத் துண்டங்களைக் கொண்ட பல்கோணி ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



ஆறு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களைக் கொண்ட பல்கோணி ஒன்றின் பரும்படிப் படம் ஒன்றை வரைக.

(5) மிகவும் குறைந்த கோட்டுத் துண்டங்களைக் கொண்ட பல்கோணியை பரும்படிப்படம் ஒன்றில் காட்டுக.

5.2 பல்கோணிகளைப் பெயரிடுதல்

பல்கோணி ஒன்றை அமைக்கப் பயன்படுத்திய நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் அதன் பக்கங்கள் ஆகும். பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப பல்கோணி பின்வருமாறு பெயரிடப்படும்.

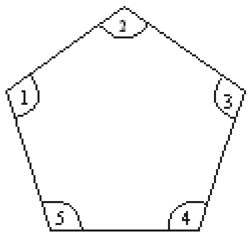
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பல்கோணியின் பெயர்
3	முக்கோணி
4	நாற்கோணி
5	ஐங்கோணி
6	அறுகோணி
7	எழுகோணி
8	எண்கோணி
9	நவகோணி

எல்லாப் பல்கோணிகளுக்கும் அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனாகும் கோணங்களும் உச்சிகளும் உண்டு.

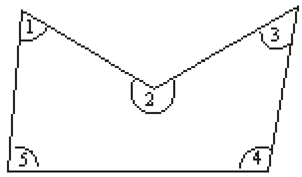
நாற்பக்கங்கள் PQRS ஐ வரைந்து அதன் எல்லாப் பக்கங்களையும் கோணங் களையும் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் குறிக்க.

பக்கங்கள்	PQ ,	..........,	.... ,	....
கோணங்கள்	$Q\hat{R}S$	...........,	..........,	....

5.3 குவிவுப் பல்கோணிகளும் குழிவுப் பல்கோணிகளும்



உருவம் a



உருவம் b

மேலேயுள்ள இரண்டு உருவங்களிலும் ஐங்கோணிகளாகும். அவற்றின் அகக் கோணங்கள் 1. 2. 3. 4. 5 எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. உருவம் aயில் ஒவ்வொரு கோணமும் ஐ விடக் குறைவானதாகும். உருவம் bயில் 1. 2. 3. 4. 5 என்பவற்றால் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்கள் 180^0 ஆல் குறைந்த போதிலும் 2 எனக் குறிப்பிட்டுளள கோணம் 180^0 ஐ விடப் பெரிதாகும்.

> 180^0 ஐ விடக் குறைந்த கோணங்களை மட்டும் அகக் கோணங்களாகக் கொண்ட 180 பல்கோணிகள் குவிவுப் பல்கோணிகளாகும்.

> ஒரு பல்கோணியின் ஒன்று அல்லது ஒன்றிற்கு கூடிய அகக் கோணங்கள் பின்வளை கோணங்களாகின் அப் பல்கோணிகள் குழிவுப் பல்கோணி எனப்படும்.

மேலே

உருவம் a குவிவுப் பல்கோணி ஆகும்.

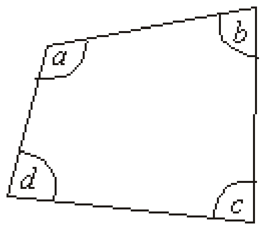
உருவம் b குழிவுப் பல்கோணி ஆகும்.

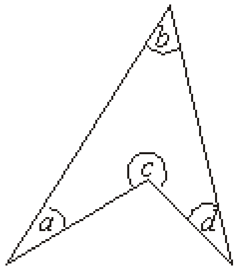
கணிதத்தில் குவிவுப் பல்கோணிகள் மட்டுமே கருத்திற் கொள்ளப்படும்.

5.3 பயிற்சி

(1) பின்வரும் (i), (ii) உருவங்களில் அகக்கோணம் ஒவ்வொன்றும் 180^0 ஐ விடக் குறைந்தது எனில் "√" எனவும் 180^0 ஐ விட அதிகம் எனில் "×" எனவும் குறித்து அட்டவணைளைப் பூரணப்படுத்தவும்.

உருவம் (i) உருவம் (ii)



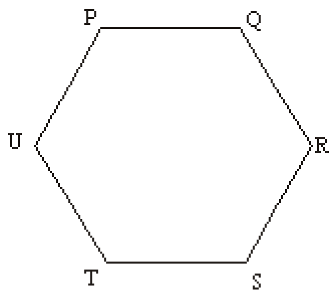


கோணங்கள்	a	b	c	d
உருவம் (i)	√	""""""""""""	""""""""""""	""""""""""""
உருவம் (ii)	√	""""""""""""	""""""""""""	""""""""""""

(2) நாற்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்கள் 40^0, 90^0, 200^0, 30^0 ஆகும். (i) இது எவ்வகையான பல்கோணி? காரணம் கூறுக?

5.4 ஒழுங்கான பல்கோணிகள்

எல்லாப்பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் எல்லாக் கோணங்களும் ஒன்றுக் கொன்று சமனாக உள்ள பல்கோணிகள் ஒழுங்கான பல்கோணிகள் எனப்படும்.



PQRSTU என்பது அறுகோணி ஆகும். இப்பல்கோணியில்

$P\hat{Q}R = Q\hat{R}S = R\hat{S}T = S\hat{T}U = T\hat{U}P = U\hat{P}Q$ ஆகும்

PQRSTU என்பது ஒழுங்கான அறுகோணியாகும்.
இது அறுகோணிக்கு மட்டும் பொருந்தும்.

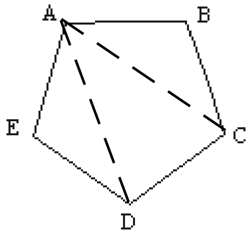
மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கான பல்கோணி சமபக்க முக்கோணி எனவும், நான்கு பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கான பல்கோணி சதுரம் எனவும் சிறப்புப் பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படும்.

ஏனைய ஒழுங்கான பல்கோணிகள் ஒழுங்கான ஐங்கோணி, ஒழுங்கான அறுகோணி, ஒழுங்கான எழுகோணி என்றவாறும் எழுதப்படும். மேலும் ஒன்பது பக்கங்களைக் கொண்ட பல்கோணி நவகோணி எனவும் பத்து பக்கங்களைக் கொண்ட பல்கோணி தசகோணி எனவும் அழைக்கப்படும்.

5.4 பயிற்சி

(1) ஒழுங்கான பல்கோணிகள் சிலவற்றைக் கூறுக.

(2)



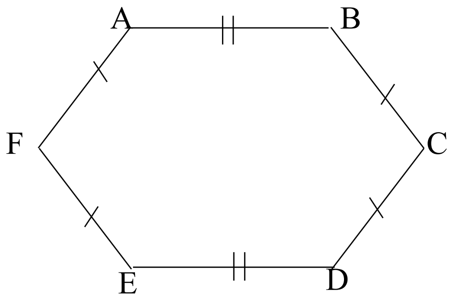
ABCDE ஒரு ஒழுங்கான ஐங்கோணி ஆகும்.

(i) முக்கோணி ACD, முக்கோணி ACB, முக்கோணி AED ஆகியவற்றின் கோணங்களின் மொத்தப் பெறுமானம் யாது?

(ii) மேலே (i) இல் பெற்ற முடிவிலிருந்து ABCD இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை எழுதுக.

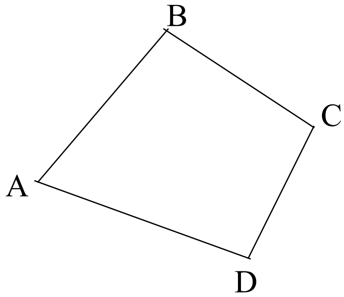
(iii) (iii) இல் பெற்ற முடிவிலிருந்து ஒழுங்கான ஐங்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் யாது?

(3)



அறுகோணி ABCDEF இல் AF= FE= BC= CD ஆகும். இவ்வாறே AB= ED உம் ஆகும். ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணி யாகுமா? காரணம் கூறுக.

5.5 நாற்பக்கலின் அறிமுகம்



நாற்பக்கல் ABCD இல்

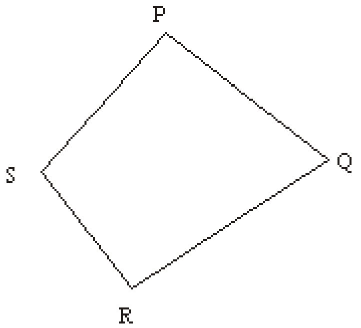
(i) AD, BC என்பன எதிர்பக்கங்கள் ஆகும். இவ்வாறே AB,DC என்பன வும் எதிர்ப்பக்கங்கள் ஆகும்.

(ii) $B\hat{A}D$, $B\hat{C}D$ என்பன எதிர் கோணங் கள் எனப்படும். இவ்வாறே என்பனவும் எதிர்க் கோணங்களாகும்.

(iii) AC, BD என்பன மூலைவிட்டங்கள் எனப்படும்.

5.5 பயிற்சி

(1)



இவ்வுருவைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடைதருக.

(i) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள நாற்பக்கங்களைப் பெயரிடுக.

(ii) அதன் பக்கங்களைப் பெயரிடுக.

(iii) கீழேயுள்ள இடைவெளிகளை நிரப்புக.

- பக்கம் PQ இற்கு எதிர்ப்பக்கம் .... ஆகும்.
- பக்கம் QR இற்கு எதிர்ப்பக்கம் .... ஆகும்.
- பக்கம் RS இற்கு எதிர்ப்பக்கம் .... ஆகும்.
- பக்கம் PS இற்கு எதிர்ப்பக்கம் .... ஆகும்.
- கோணம் $S\hat{P}Q$ இற்கு எதிரான கோணம் .... ஆகும்.
- கோணம் $P\hat{Q}R$ இற்கு எதிரான கோணம் .... ஆகும்

(iv) P, R என்பவற்றை இணைக்க வரும் கோடு எப்பெயர் கொண்டு அழைக்கப் படும்.

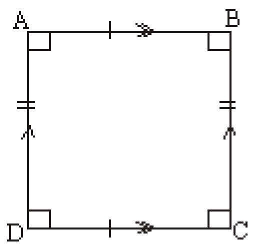
(v) நாற்பக்கல் PQRS இற்கு எத்தனை மூலைவிட்டங்கள் வரையலாம்.

(2) (i) நீர் விரும்பிய நாற்பக்கல் ஒன்றை வரைந்து அதை ABCD எனப் பெயரிடுக.

(ii) அதன் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று O வில் இடைவெட்டுகின்றன. O ஐ நாற்பக்கலிலே குறித்துக்காட்டுக.

5.6 பயிற்சி

எல்லாக் கோணங்களும் செங்கோணங்களாகவுள்ள நாற்பக்கல்கள்.

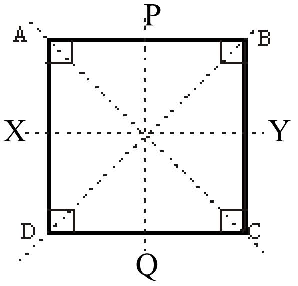


உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள நாற்பக்கல் ABCD யில் எல்லாப்பக்கங்களும் சமனாகும்.

$\therefore \quad AB = BC = CD = AD$

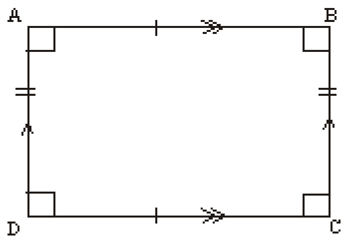
- இங்கு ஒவ்வொரு கோணமும் 90^0 இற்குச் சமனாகும்.
- இங்கு மூலைவிட்டங்கள் AC=BD ஆகும்.
- சமாந்தரக் கோடுகள் படத்தில் காட்டுப்பட்டுள்ளவாறு அம்புக் குறிகளை இடுவதன் மூலம் காட்டப்படும்.
- மூலைவிட்டம் AC $\hat{A}, \hat{C}$ எனும் உச்சிக் கோணங்களை இரு சமகூறாக்கும்.
- மூலைவிட்டம் BD $\hat{B}, \hat{D}$ எனும் உச்சிக் கோணங்களை இரு சமகூறாக்கும்.

எல்லாப் பக்கங்கள் சமனாகவும் ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணமாகவுள்ள நாற்பக்கல் சதுரம் எனப்படும்.



மேலேயுள்ள சதுரத்திற்கு 4 சமச்சீரச்சுக்கள் உண்டு. அவை PQ, XY, AC, BD என்பனவற்றால் குறித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

செவ்வகம்



நாற்பக்கல் ABCD யில்

AB= DC, AD = BC ஆகும்.

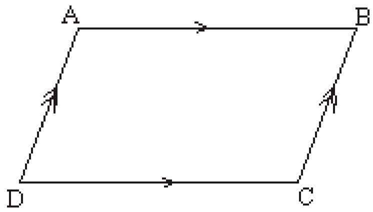
AB// DC, AD // BC ஆகும்.

$D\hat{A}B = A\hat{B}C = B\hat{C}D = A\hat{D}C = 90^0$ ஆகும்.

BD= AC

எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகவும் ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணம் ஆகவுமுள்ள நாற்பக்கல்கள் செவ்வகம் ஆகும்.

5.7 எதிர்பக்கங்கள் சமாந்தரமான நாற்பக்கங்கள்



நாற்பக்கல் ABCD இலே எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகவும், சமாந்தரமாகவும் உள்ளன. ஆனால் உச்சிக்கோணம் செங்கோணமாகாது இவ்வாறான நாற்பக்கங்கள் இணைகரங்கள் என அழைக்கப்படும்.

எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமான நாற்பக்கல்கள் இணைகரமாகும்.

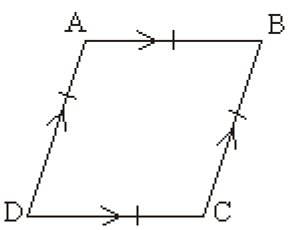
செவ்வகங்களும், சதுரங்களும் இணைகரங்களாகும். ஆனால் அவற்றின் உச்சிக் கோணங்கள் செங்கோணங்களாகும்.

மேலே உள்ள இணைகரம் ABCD இல்

- AB// DC (எதிர்ப்பக்கங்கள்)
- AD// BC (எதிர்ப்பக்கங்கள்)
- AB = DC (எதிர்ப்பக்கங்கள்)
- AD = BC (எதிர்ப்பக்கங்கள்)

இணைகரம் ABCD யின் மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பனவாகும். இவற்றின் நீளங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகாது. ஆனால் செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகும். இணைகரத்தை செவ்வகத்திலிருந்து வேறுபடுத்தி இனங்காண்பதற்கு இப்பண்பு பயன்படுத்தப்படும்.

சாய்சதுரம்



நாற்பக்கங்கள் ABCD இல் இருசோடி எதிர்ப்பக் கங்களும் சமாந்தரமாகும். எனவே ABCD ஓர் இணைகரமாகும். இதன் பக்கங்களும் சமனாவதால் இது ஓர் சாய்சதுரமும் ஆகும்.

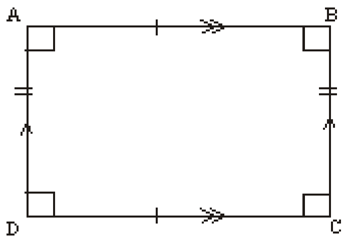
சாய்சதுரம் ABCD இல்

- மூலைவிட்டம் AC யின் நீளம் $\neq$ மூலைவிட்டம் BD இன் நீளம் ஆனால் சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் நீளத்தில் சமனாகும்.
- சதுரத்தின் உச்சிக் கோணங்கள் செங்கோணங்களாகும். ஆனால் சாய்சதுரத்தின் உச்சிக் கோணங்கள் செங்கோணங்களாகாது.

எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகவும் எல்லாப் பக்கங் களும் சமனாகவும் உள்ள நாற்பக்கள் சாய்சதுரம் என அழைக்கப்படும்.

5.7 பயிற்சி

(1)

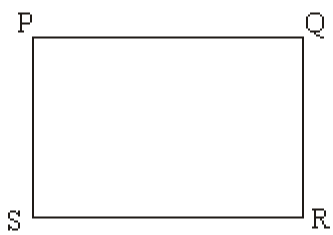


உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள சதுரம் PQRS இல்
(i) சமனான பக்கங்களைப் பெயரிடுக.
(ii) மூலைவிட்டங்களை வரைக.
(iii) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் பற்றி யாது கூறலாம்

(2) சதுரம் ABCD இல் மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பன ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. வரிப்படம் ஒன்றிலே இதைக் குறித்துக்காட்டுக.

(3) சதுரம் PQRS ஐ வரைந்து அவற்றின் சமச்சீரச்சுக்களை வரைந்து காட்டுக.

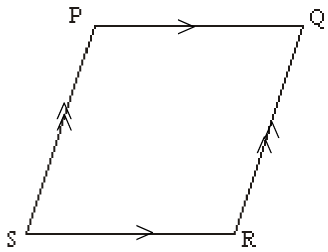
(4) செவ்வகம் PQRS படத்திலே காட்டப்பட்டுள்ளது. அதனைப் பயன்படுத்தி இடைவெளி நிரப்புக.



i. PQ = ... (காரணம்)
ii. PS = ... (காரணம்)
iii. $P\hat{Q}R$ = ... , $Q\hat{R}S$ = ... ,
$P\hat{S}R$ = ... , $S\hat{P}Q$ = ... ,
iv. PQ // ....
v. PS // ....

6.7 பயிற்சி

(1) படத்தில் காட்டிய தரவுகளின்படி



(i) நாற்பக்கல் PQRS எச்சிறப்புப் பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படும்.

(ii) அதற்குரிய காரணத்தைக் குறிப்பிடுக

(2) PQRS என்பது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

(i) அதனைப் பரும்படிப்படம் ஒன்றில் வரைந்து காட்டுக.

(ii) கீழேயுள்ள இடைவெளிகளை நிரப்புக.

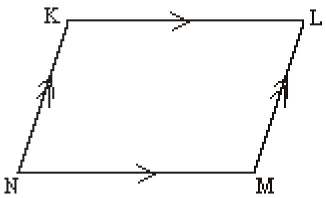
PQ // ……………......

QR // ………………

PQ = ……………… .

QR = ………………

(3)



(i) இணைகரம் KLMN இல் உள்ள $L\hat{M}N$ இற்குச் சமமான கோணத்தைப் பெயரிடுக..

(ii) உமது விடைக்குரிய காரணம் யாது?

(iii) இணைகரம் KLMN இன் மூலைவிட்டங் களைப் பெயரிடுக.

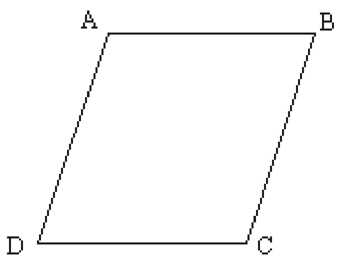
(4) PQRS என்பது ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும். கீழேயுள்ள இடைவெளிகளை நிரப்புக.

i. PQ = …….. = …….. = ……..

ii. PQ // …….. , PS // ……….

iii. $P\hat{Q}R$ = ……… , $Q\hat{P}S$ = ………

(5)



(i) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள சாய்சதுரம் ABCD இன் மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பனவற்றை வரைக.

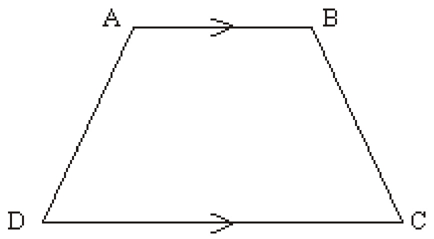
(ii) மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.

(iii) $A\hat{O}B, B\hat{O}C, A\hat{O}D, D\hat{O}C$ எனும் கோணங் கள் பற்றி யாது கூறலாம்

(iv) AO, BO, CO, DOஎன்பனவற்றின் நீளங்கள் பற்றியாது கூறலாம்.

(v) சரி, பிழை கூறுக
(a) மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பன செங்கோணங்களில் வெட்டு கின்றன.
(சரி / பிழை)
(b) மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பன ஒன்றை ஒன்று இருகூறாக்கும்.
(சரி / பிழை)

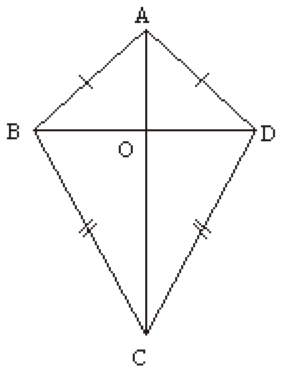
5.8 சரிவகமும் பட்டமும்



நாற்பக்கங்கள் ABCD இல் A B, CD என்பன சமாந்தரமாகும். ஆனால் AD, BC என்பன சமாந்தரமாகாது.

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாயும் மற்றைச் சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமின்றியுமுள்ள ஒரு நாற்பக்கல் ஒரு சரிவகம் எனப்படும்.

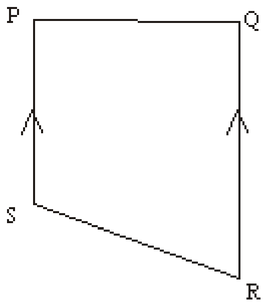
பட்டம் அல்லது காற்றாடி



நாற்பக்கங்கள் ABCD இல் A B= AD, BC= DC ஆகும். AC என்பது நாற்பக்கல் ABCD இன் சமச்சீர்க் கோடு என்பதால் இரண்டு BO = OD ஆகவும் AC, BD இற்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்கும்.

ஒரு நாற்பக்கலில் இரு வெவ்வேறு சோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமனாயின் அது ஒரு பட்டம் அல்லது காற்றாடி எனப்படும்.

5.8 பயிற்சி

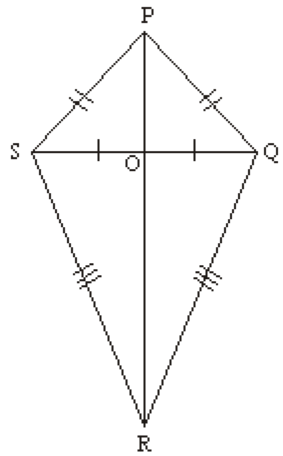


(1) படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள சரிவகம் PQRS இல் பக்கங்கள் சார்பாக கேத்திரகணிதத் தொடர்பு ஒன்றைத் தருக.

(2) மேலேயுள்ள PQRS இணைகரம் அல்லாதற்கான காரணம் யாது?

(3) சரிவகம் ABCD ஐ வரைந்து அதன் மூலைவிட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.

(4)



(i) படத்திலே காட்டப்பட்டுள்ள நாற்பக்கல்கள் எப்பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படும்?

(ii) அந்நாற்பக்கல்களின் பக்கங்கள் சார்பாக மூன்று கேத்திரகணிதத் தொடர்புகளை எழுதுக.

(iii) $S\hat{R}O$ இற்குச் சமனான கோணம் ஒன்றைப் பெயரிடுக.

(iv) நாற்பக்கல் PQRS இற்கு எத்தனை சமச்சீர் உண்டு.

(5) பட்டம் ஒன்று சாய்சதுரம் ஒன்றிலிருந்து வேறுபடும் சந்தர்ப்பங்களை படங்கள் மூலம் வரைந்து காட்டுக.

பலவினப் பயிற்சி

(1) பின்வரும் கூற்றுக்களுள் சரியான கூற்றுக்களை தெரிவு செய்க.

(i) இணைகரம் ஒன்றிற்குரிய எல்லாப்பண்புகளும் செவ்வகத்துக்கும் இருப்பதால் எல்லாச் செவ்வகங்களும் இணைகரங்களாகும் (சரி / பிழை)

(ii) எல்லா நாற்பக்கங்களும் சாய்சதுரங்களாகும் (சரி / பிழை)

(iii) எல்லாச் சாய்சதுரங்களும் சதுரங்களாகும் (சரி / பிழை)

(iv) எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகவுள்ள அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமனற்றதும் மூலை விட்டங்கள் சமனாகவுள்ள நாற்பக்கல் செவ்வகமாகும். (சரி / பிழை)

(vi) சதுரங்களினதும், சாய்சதுரங்களினதும் மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்தாக இடைவெட்டுகின்றன. (சரி / பிழை)

(2) ஒழுங்கான ஐங்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 540^{0}. ஆகும். அதன் அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் யாது?

(3) சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், சாய்சதுரம் என்பன நான்கு வகை நாற்பக்கல் களாகும். பருமட்டான படங்களை வரைந்து ஒவ்வொரு நாற்பக்கங்களுக்கும் வரைய முடியுமான மூலைவிட்டங்களின் நீளங்களை அவதானித்து கீழே உள்ள இடைவெளி களை நிரப்புக.

(i) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமனான நாற்பக்கங்கள் ....

(ii) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமனற்ற நாற்பக்கங்கள் ....

4. கீழே உள்ள அட்டவணைய நிரப்புக.

நாற்பக்கங்களின் சிறப்புப் பெயர்	எல்லாப்பக்கங்களும சமனாகும்	எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும்	எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகும்	உச்சிக்கோணம் செங்கோணமாகும்	இருபுடைச் சமச்சீர் உண்டு	சமச்சீரச்சுகளின் எண்ணிக்கை
சதுரம் செவ்வகம் சாய்சதுரம் இணைகரம் சரிவகம்						

5. "எல்லாப் பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் உச்சிக்கோணம் செங்கோணமாக வும் உள்ள நாற்பக்கல் ஒரு சதுரமாகும்" இவ்வாறே

i. செவ்வகம் ii. சாய்சதுரம் iii. இணைகரம்

என்பவற்றை வசனங்களின் மூலம் எழுதிக்காட்டுக.

6. முக்கோணிகள்

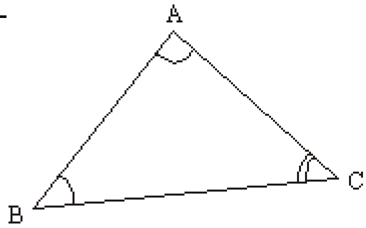
பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

- முக்கோணியின் மூலகங்களை (உறுப்புக்கள்) அறிந்து கொள்வதற்கும்
- கோணங்கள் மூலம் முக்கோணியை வகைப்படுத்துவதற்கும்
- பக்கங்களின் நீளங்கள் மூலம் முக்கோணியை வகைப்படுத்துவதற்கும்
- முக்கோணி ஒன்றின் பக்கமொன்றை நீட்டுவதால் புறக்கோணம் ஒன்றை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- முக்கோணியின் புறக்கோணத்திற்கு உரிய அகத்தெதிர் கோணங்களை அறிந்து கொள்வதற்கும்

உரிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

6.1 முக்கோணியின் மூலகங்கள்

எந்தவொரு முக்கோணிக்கும், மூன்று பக்கங்களும், மூன்று கோணங்களும் உண்டு. இதை முக்கோணியின் (உறுப்புக்கள்) மூலகங்கள் எனப்படும்.

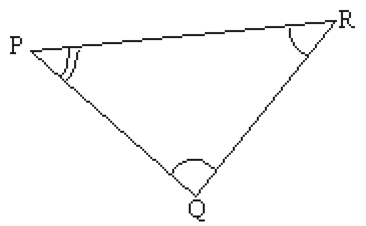


உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல் உச்சிகள் A, B, C ஆகும்.

பக்கங்கள் 3 $\longrightarrow$ AB, BC, AC ஆகும்.

கோணங்கள் $\longrightarrow$ $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$, $C\hat{B}A$ ஆகும்.

உதாரணம் : 1



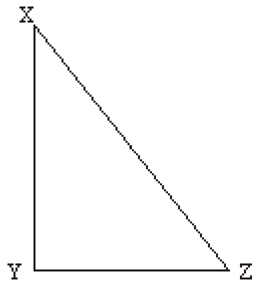
தரப்பட்டுள்ள முக்கோணியின் PQR இன் பக்கங்களையும் கோணங்களையும் பெயரிடுங்கள்.

I பக்கங்கள் - PQ, QR, PR

II கோணங்கள் - $P\hat{Q}R$, $Q\hat{R}P$, $Q\hat{P}R$ ஆகும்.

6.1 பயிற்சி

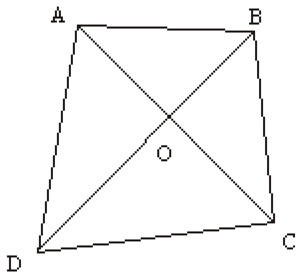
(1)



XYZ ஒரு முக்கோணியாகும்.
(i) பக்கங்கள் மூன்றையும் பெயரிடுங்கள்.
(ii) கோணங்கள் மூன்றையும் பெயரிடுங்கள்.

(2) முக்கோணியொன்றை வரைக.
(i) அம்முக்கோணி LMN எனப்பெயரிடுக.
(ii) அவற்றின் பக்கங்கள் மூன்றையும் எழுதுக.
(iii) கோணங்கள் மூன்றையும் பெயரிடுக.

(3)



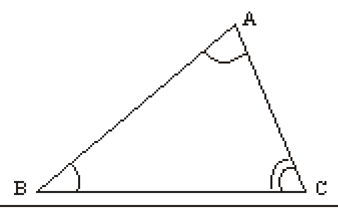
A, B, C, D எனும் நான்கு புள்ளிகள் இணைக்கப் படுவதால் பெறப்படும் உருவில் AC, BD எனும் நேர்கோடுகள் "O" இல் இடைவெட்டுகின்றன.

(i) "O" ஐ ஒரு உச்சியாகக் கொண்ட முக்கோணிகளைப் பெயரிடுங்கள்.
(ii) A, B, C, D ஆகியவற்றில் ஒன்றை உச்சியாகக் கொண்ட எல்லா முக்கோணி களையும் பெயரிடுங்கள்.

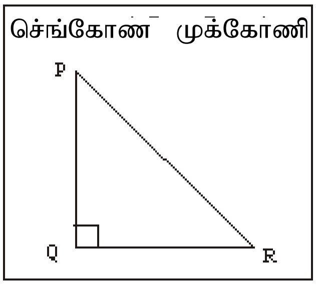
6.2 கோணங்கள் மூலம் முக்கோணியை வகைப்படுத்தல்

- கோணங்கள் மூன்றும் கூர்ங்கோணமாயின் அம்முக்கோணி கூர்ங்கோண முக்கோணியாகும்.

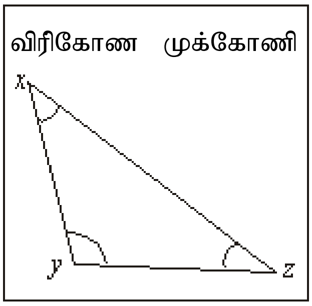
கூர்ங்கோண முக்கோணி



- முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு கோணம் செங்கோணமாயின் அம்முக்கோணி செங்கோண முக்கோணியாகும்.



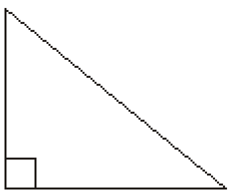
- முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு கோணம் விரிகோணமாயின் அம்முக்கோணி விரிகோண முக்கோணியாகும்.



உதாரணம் - 2

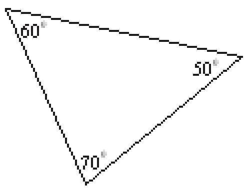
கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளை வகைப்படுத்துங்கள்.

உரு - i



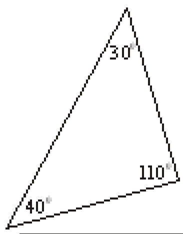
……………………………

உரு - ii



……………………………

உரு - iii



……………………………

6.2 பயிற்சி

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப முக்கோணிகள் அமைய முடியுமா? முடியாதா? என்பதை தீர்மானித்து ($\surd, \times$) குறியீடுகளை இடுக.
முக்கோணி ஒன்றில்

(i) இரண்டு கோணங்கள் செங்கோணமாக அமைதல் ( )
(ii) இரண்டு கோணங்கள் விரிகோணமாக அமைதல் ( )
(iii) மூன்று கோணங்களும் 90° ஐ விடக் குறைவாக இருத்தல் ( )
(iv) இரண்டு கோணங்கள் கூர்ங்கோணமாக இருத்தல் ( )
(v) ஒவ்வொரு கோணமும் 60° இலும் குறைவாக இருத்தல் ( )
(vi) ஒவ்வொரு கோணமும் 60° இலும் கூடுதலாக இருத்தல் ( )
(vii) ஒவ்வொரு கோணமும் 60° ஆக இருத்தல் ( )

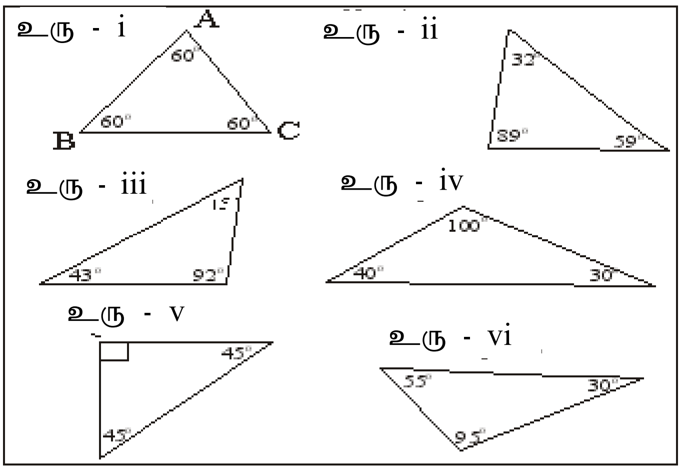
(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவயில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளுக்குப் பொருத்தமான உருக்களை வரையுங்கள்.

முக்கோணி வகைகள்	பொருத்தமான உருக்கள்
செங்கோண முக்கோணி	....
கூர்ங்கோண முக்கோணி	....
விரிகோண முக்கோணி	....

(3) கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளையுடைய கோணங்களையுடைய முக்கோணிகள் எவ்வகையானவை?

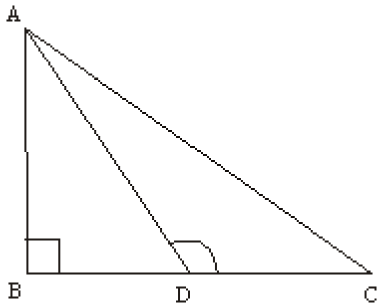
(i) $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ....
(ii) $100^\circ, 60^\circ, 20^\circ$ ....
(iii) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ ....
(iv) $91^\circ, 49^\circ, 40^\circ$ ....

(4) உருக்களில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்துக.



உருக்கள்	கோணங்களின் அளவுகளுக்கேற்ப முக்கோணி வகைகள்
உரு - i	-------------------------------------
உரு - ii	-------------------------------------
உரு - iii	-------------------------------------
உரு - iv	-------------------------------------
உரு - v	-------------------------------------
உரு - vi	-------------------------------------

(5) தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடைதருக.



i. உருவில் எத்தனை முக்கோணிகள் காணப்படுகின்றன.

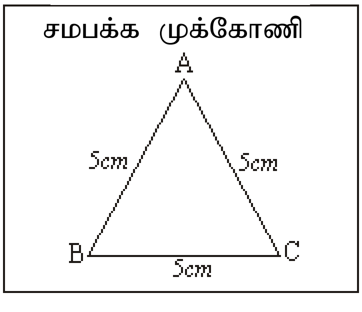
ii. அவற்றின் பெயர்களை எழுதுக.

iii. கோணங்களின் பருமனுக்கு ஏற்ப அம்முக்கோணிகளை வகைப்படுத்துக.

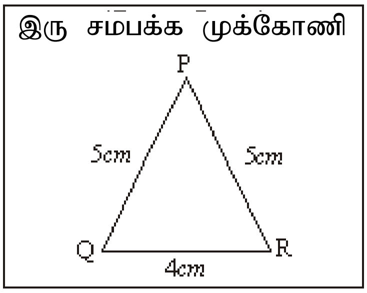
6.3 பக்கங்களின் நீளங்களுக்கு ஏற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்தல்.

முக்கோணி ஒன்றின்

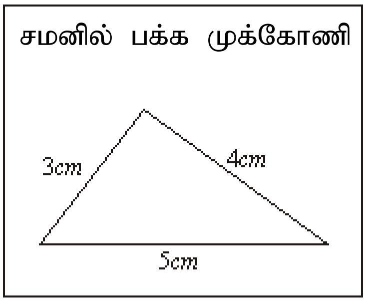
- மூன்று பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனாயின் அம்முக்கோணி "சமபக்க முக்கோணி" எனப்படும்.



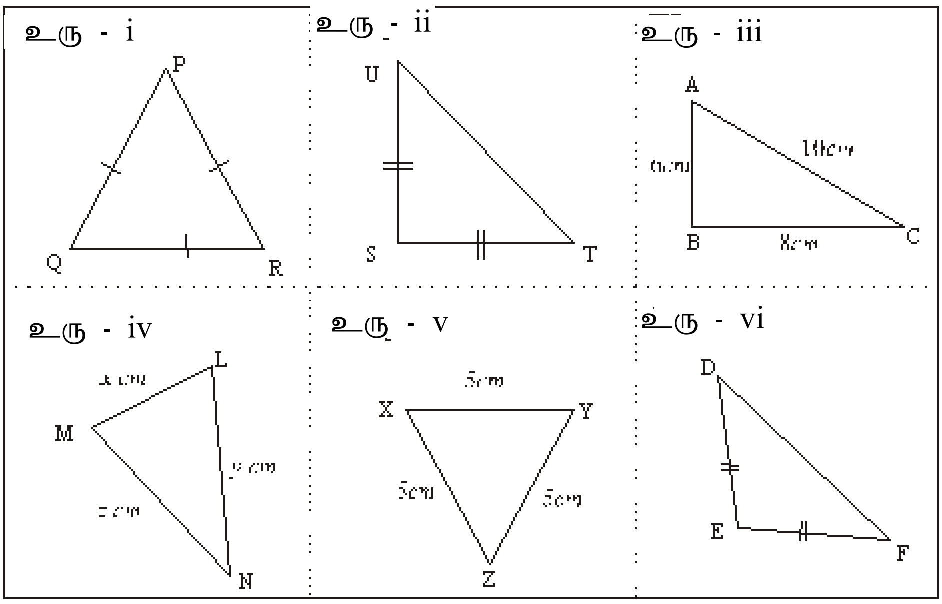
* ஒரு முக்கோணியின் இருபக்கங்கள் சமனாயின் அம்முக்கோணி “இரு சமபக்க முக்கோணி” எனப்படும்.



* ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் சமனற்றதாயின் அம்முக்கோணி “சமனில் பக்க முக்கோணி” எனப்படும்.



தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப அம் முக்கோணிகளை வகைப்படுத்துங்கள்.

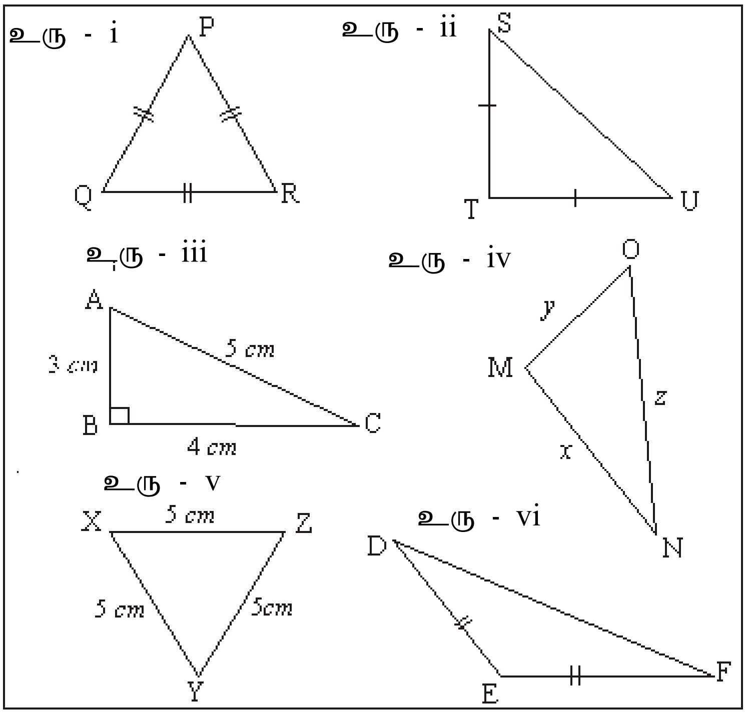


விடைகள்

i.	Δ PQR $\rightarrow$	-	சமபக்க முக்கோணி
ii.	Δ VST $\rightarrow$	-	இரு சமபக்க முக்கோணி
iii.	Δ ABC $\rightarrow$	-	சமனில் பக்க முக்கோணி
iv.	Δ LMN $\rightarrow$	-	சமனில் பக்க முக்கோணி
v.	Δ DEF $\rightarrow$	-	இரு சமபக்க முக்கோணி
vi.	Δ XYZ $\rightarrow$	-	சமபக்க முக்கோணி

6.3 பயிற்சி

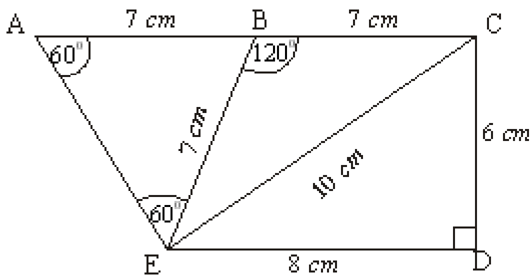
(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளை பக்கங்கள், கோணங்களுக்கு ஏற்ப வகைப்படுத்துங்கள்.



(2). அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளை அவற்றின் தரவுகளுக்கு ஏற்ப வகைப்படுத்துங்கள்.

பக்கங்களின் நீளங்கள்	முக்கோணியின் வகை
i. 2 *cm*, 3 *cm*, 4 *cm*,	'''
ii. 3.5 *cm*, 3.5 *cm*, 4 *cm*,	....
iii. 6.5 *cm*, 6.5 *cm*, 6.5 *cm*,	....
iv. x *cm*, y *cm*, z *cm*,	....

(3). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு



i. சமபக்க முக்கோணிகள்

ii. இரு சமபக்க முக்கோணிகள்

iii. சமபக்க முக்கோணிகள் என்பவற்றின் பெயர்களை எழுதுங்கள்.

(4). கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள முக்கோணி வகைகளுக்குப் பொருத்தமான மாதிரி உருக்களை வரையுங்கள்.

சமபக்க முக்கோணி

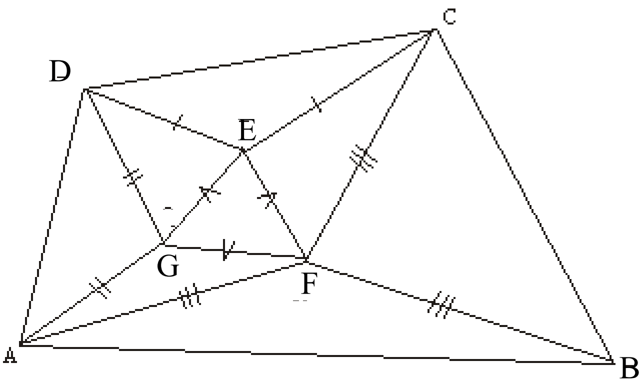
இரு சமபக்க முக்கோணி

சமனில் பக்க முக்கோணி

(5). தரப்பட்டுள்ள உருக்களைப் பயன்படுத்தி வரையுங்கள்.

i. இங்கு காணப்படும் முக்கோணிகளின் பெயர்களை எழுதுங்கள்.

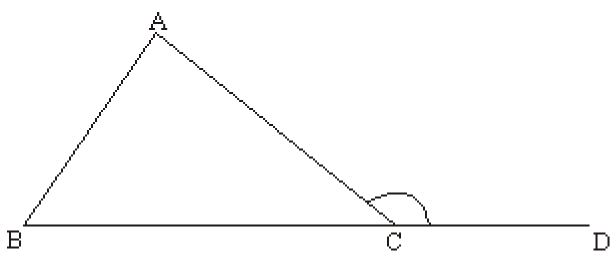
ii. அவற்றைப் பக்கங்களுக்கு ஏற்ப வகைப்படுத்துங்கள்.



6.4 முக்கோணியின் கோணங்கள்

புறக்கோணம்

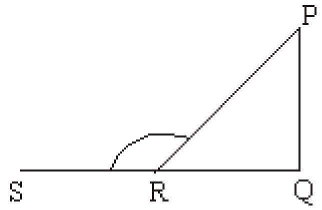
முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டுவதால் புறக்கோணம் பெறப்படுகின்றது.



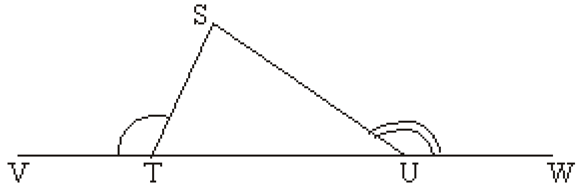
முக்கோணி ABC இல் BC ஆனது D வரைநீட்டப்படு வதால் புறக்கோணம் ACD பெறப்படுகின்றது.

உதாரணம் - 4

தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் காணப்படும் புறக்கோணங்களைப் பெயரிடுங்கள்.



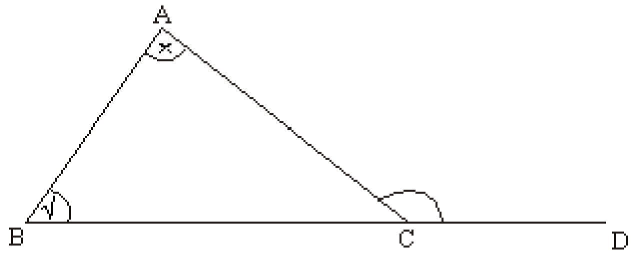
உரு - i



உரு - ii

அகத்தெதிர் கோணங்கள்

முக்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணத்திற்கு ஏற்ப அகத்தெதிர் கோணங்கள் தீர்மானிக்கப் படும்.

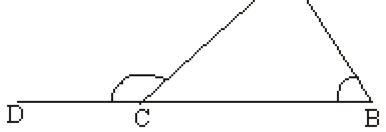


முக்கோணி ABC இல் புறக்கோணம் ACD

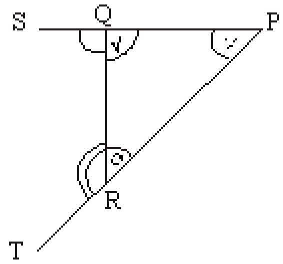
அகத்தெதிர் கோணங்கள் $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ ஆகும்.

உதாரணம் - 5

கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் காணப்படும் புறக்கோணங்களைப் பெயரிட்டு அவற்றுக்குரிய அகத்தெதிர் கோணங்களையும் பெயரிடுங்கள்.



உரு - i



உரு - ii

உரு - i இல்

புறக்கோணம் $\rightarrow A\hat{C}D$

அகத்தெதிர் கோணங்கள்

$\rightarrow C\hat{A}B, C\hat{B}A$

உரு - ii இல்

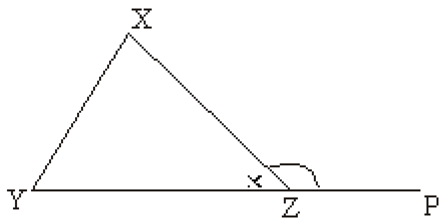
புறக்கோணம் அகத்தெதிர்கோணம்

a) $S\hat{Q}R \rightarrow Q\hat{R}P, R\hat{P}Q$

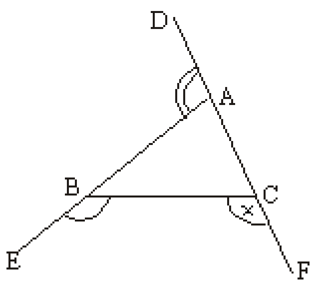
b) $Q\hat{R}T \rightarrow R\hat{Q}P, Q\hat{P}R$

6.4 பயிற்சி

(1) உருவில் முக்கோணம் XYZ இல்
  i. புறக்கோணத்தைப் பெயரிடுக
  ii. அதன் அகத்தெதிர் கோணங்களைப் பெயரிடுக

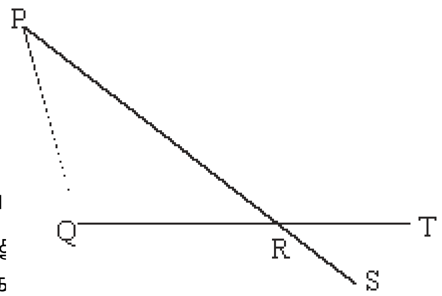


(2) தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையை பூரணப்படுத்துக.



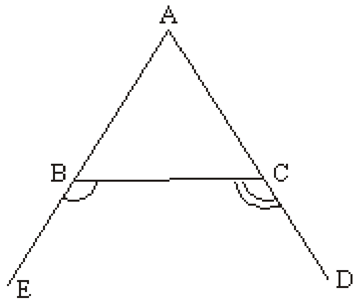
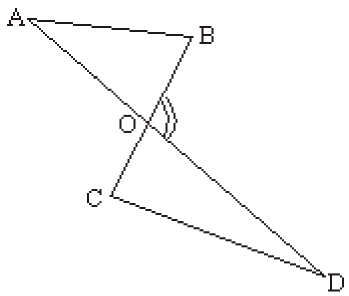
புறக்கோணங்கள்	அகத்தெதிர்கோணங்கள்
(i) $D\hat{A}B$	.... , $A\hat{C}B$
(ii)..... $C\hat{B}E$	....
(iii)	$A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$

(3) PQR ஓர் முக்கோணியாகும்.
  i. $P\hat{R}T$ இன் அகத்தெதிர் கோணங்களைப் பெயரிடுக.
  ii. $Q\hat{R}S$ இன் அகத்தெதிர் கோணங்களைப் பெயரிடுக.
  iii. $P\hat{R}T$, $Q\hat{R}S$ என்பனவற்றின் அகக்கோணங் களுக்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பு யா
  iv. உங்கள் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக



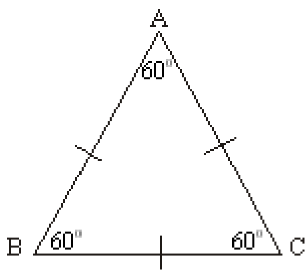
(4) முக்கோணியொன்றை வரைந்து அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுங்கள். பக்கம் CB யை E வரை நீட்டுங்கள்.
  i. உருவில் புறக்கோணத்தை அடையாள மிடுங்கள்
  ii. அப்புறக்கோணத்தின் பெயரை எழுதுக.
  iii. அப்புறக்கோணத்தின் அகத்தெதிர்கோணங் களைப் பெயரிடுக.

(5) அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள உருக்களைப் பயன்படுத்தி வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

உருக்கள்	புறக்கோணம்	அகத்தெதிர் கோணங்கள்
	i. $B\hat{C}D$ ii.	.... , ... $B\hat{C}A$, $B\hat{A}C$
	AOB Δ இல் $B\hat{O}D$ COD Δ இல் $B\hat{O}D$	.... , ... , ...

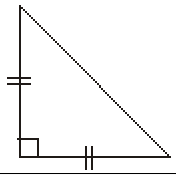
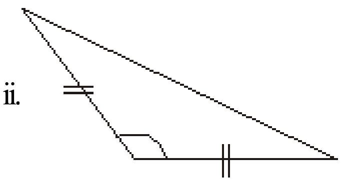
பலவினப் பயிற்சி

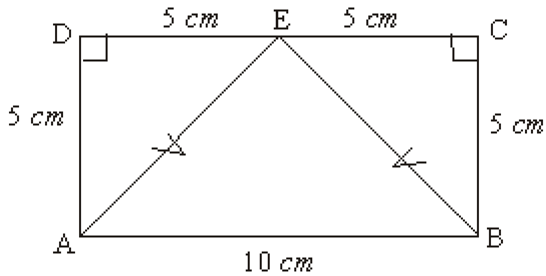
(1) ABC ஒரு முக்கோணியாகும்.



i. கோணங்களைப் பெயரிடுக.
ii. பக்கங்களின் நீளங்களுக்கேற்ப முக்கோணி யின் வகையை எழுதுக.
iii. கோணங்களின் பருமனுக்கு ஏற்ப முக்கோணியின் வகை யாது?

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளின் பக்கங்கள், கோணங்கள் என்பனவற்றிற்கு ஏற்ப வகைப்படுத்துங்கள்.

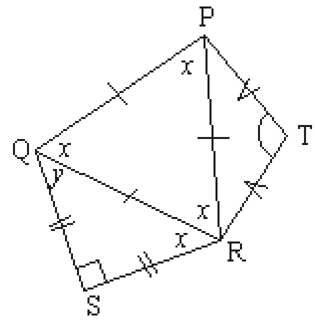
உருக்கள்	கோணங்களுக்கேற்ப முக்கோணி வகை	பக்கங்களுக்கேற்ப முக்கோணி வகை
i. 	....	....
ii. 	....	....

(3) 

தரப்பட்ட உருவைப் பயன்படுத்தி அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துங்கள்.

முக்கோணம்	முக்கோணி வகை	
	கோணங்கள் மூலம்	பக்கங்கள் மூலம்
i. ADE Δ	....	இருசமபக்க முக்கோணி
ii. BCE Δ	செங்கோண முக்கோணி	....
iii. AEB Δ	....	....

(4)



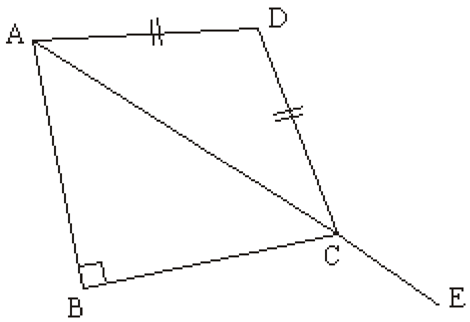
தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப் பட்டுள்ள கூற்றுக்கள் சரியாயின் (✓) எனவும், பிழையாயின் (✕) எனவும் அடையாமிடுக.

(i) எல்லா செங்கோண முக்கோணிகளும் சமனில்பக்க முக்கோணிகளாகும். (   )

(ii) சமபக்க விரிகோண முக்கோணி அமைக்க முடியும். (   )

(ii) சமபக்க முக்கோணிகள் யாவும் கூர்ங் கோண முக்கோணிகளாகும். (   )

(5)



தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி விடையை எழுதுங்கள்.

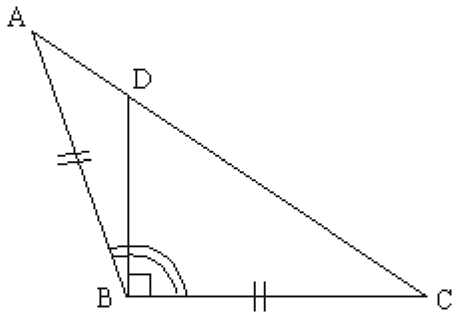
(i) இருசமபக்க முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.

(ii) அம்முக்கோணியின் புறக்கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(iii) செங்கோண முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.

(iv) அதன் புறக்கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(6)



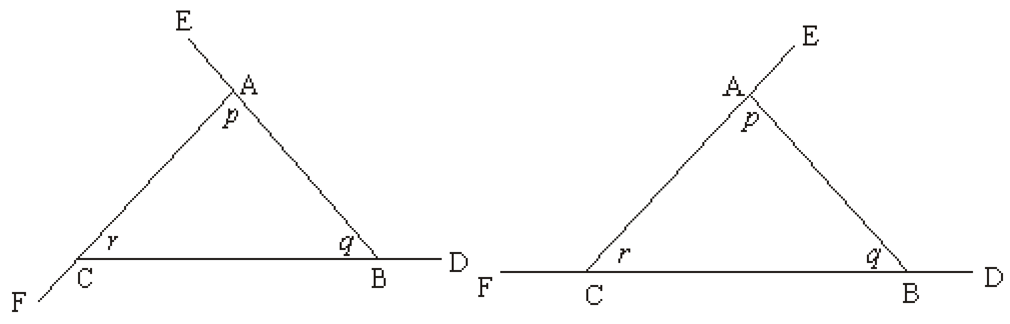
தரப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடைதருக.

(i) விரிகோண முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.

(ii) இரு சமபக்க முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.

(iii) $\triangle ABD$ இல் $B\hat{D}C$ இன் அகத்தெதிர் கோணங்களைப் பெயரிடுக.

(7) கீழே உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப அட்டவணையை நிரப்புவதற்கு p, q, r என்னும் எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்துக.



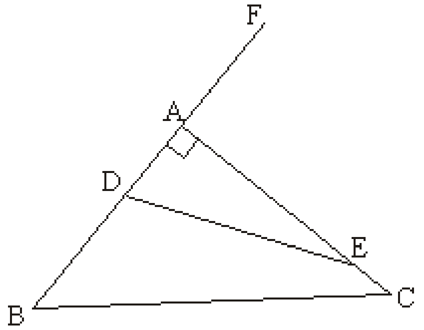
(a)

புறக்கோணம்	அகத்தெதிர்க் கோணம்
$A\hat{B}D$	r , …………
$E\hat{A}C$	………… , q
$B\hat{C}F$	

b)

புறக்கோணம்	அகத்தெதிர்க் கோணம்
$A\hat{B}D$	r , …………
$E\hat{A}B$	………… , q
$A\hat{C}F$	…….. , ……..

(8)



தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்ப

(i) முக்கோணி ADE இல்
 (a) புறக்கோணத்தைப் பெயரிடுக.
 (b) அதற்குரிய அகத்தெதிர் கோணத்தை பெயரிடுக.

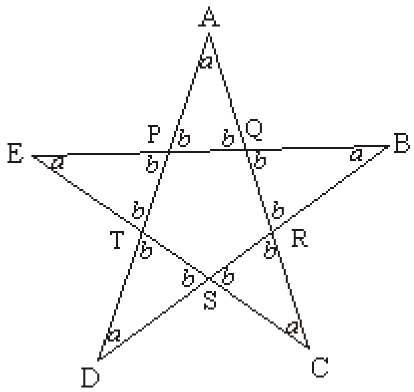
(ii) செங்கோண முக்கோணி ABC இல்
 (a) புறக்கோணத்தைப் பெயரிடுக.
 (b) அதற்குரிய அகத்தெதிர் கோணத்தை பெயரிடுக.

(iii) புறக்கோணமொன்றுக்கு வேறுபட்ட அகத் தெதிர் கோணங்களுண்டா?

(iv) ஆயின் அதற்கான காரணத்தைக் கூறுக.

(vi) அகத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டைப் பற்றி யாது கூறலாம்.

(9)



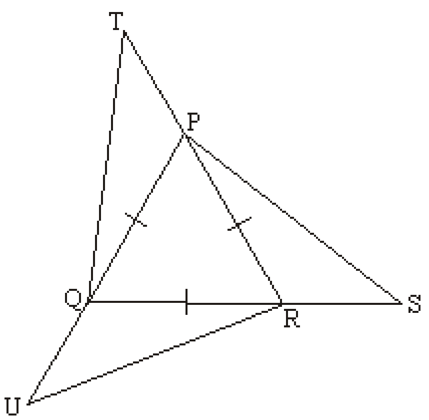
…….. , ……..

(i) A ஐ உச்சியாகக் கொண்ட இரண்டு முக்கோணிகளைப் பெயரிடுக.

(ii) முக்கோணி ADR இன் புறக்கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(iii) முக்கோணி APQ இல் AQB, AFE கோணங்களுக்குரிய அகத்தெதிர் கோணங்ளைப் பெயரிடுக.

(10)



(i) $\triangle$ PQR இன் புறக்கோணங்களைப் பெயரிடுக.

(ii) சமபக்க முக்கோணம் தவிர்ந்த ஏனைய முக்கோணிகள் எவ்வகை முக்கோணி களாகும்?

(iii) $\triangle$ TPQ இல் TP ஐ நீட்டுவதாலும் $\triangle$PRS இல் SR ஐ நீட்டுவதாலும் உருவாகும் புறக்கோணங்களைப் பெயரிடுக.

(iv) மேலே (iii) இல் பெயரிட்ட புறக்கோணங்கள் தொடர்பாக உமக்கு யாது கூறலாம்.

7. முக்கோணிகள் தொடர்பான தேற்றங்கள்

பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

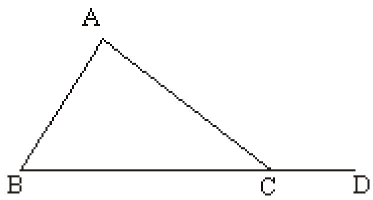
- முக்கோணி ஒன்றின் பக்கமொன்று நீட்டுவதால் உருவாகும் புறக்கோணத்திற்கும் அதன் அகத்தெதிர் கோணங்களுக்கும் இடையேயான தொடர்பை நிறுவுவதற்கும் அது தொடர்பான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கும்
- முக்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை என நிறுவு வதற்கும் அது தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

உரிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

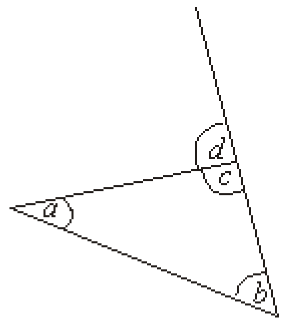
7.1 முக்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணம் தொடர்பான தேற்றம்

ΔABC யில் BC ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டு புறக்கோணம் $A\hat{C}D$ அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

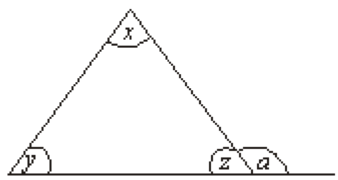
180^0



$A\hat{B}C + B\hat{A}C = A\hat{C}D$



$a + b = d$

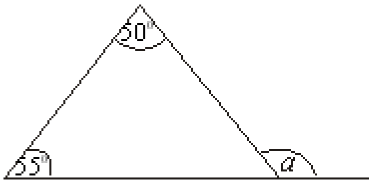


x, y, z ஆகியன அகக்கோணங்களாகவும் a புறக்கோணமாகவும் படத்தில் காட்டப் பட்டுள்ளது.
புறக்கோணம் a இன்கான அகத்தெதிர்கோணங்கள் x, y ஆகும்.

தேற்றம்:
முக்கோணியொன்றின் ஒருபக்கத்தை நீட்ட உருவாகும் புறக்கோணமானது அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமன்.

உதாரணம் - 1

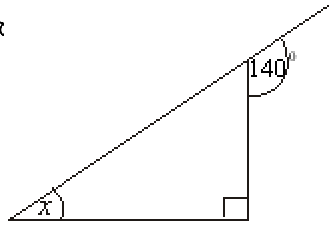
உருவில் a யைக் காண்க.



$a = 50^0 + 55^0$ (தேற்றப்படி)

$\underline{\underline{a = 105^0}}$

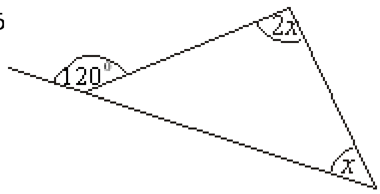
உதாரன



$x = 140^0 - 90^0$ (தேற்றப்படி)

$\underline{\underline{x = 50^0}}$

உத



உருவில் ஐக் காண்க.

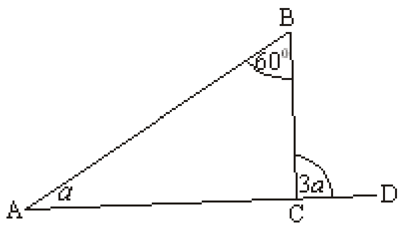
$x + 2x = 120^0$ (தேற்றப்படி)

$3x = 120^0$

$x = 40^0$

x

உதாரணம் - 4



Δ ABC யில் AC ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது; தரவுகளுக்கேற்ப $B\hat{A}C$, $B\hat{C}D$ என்பவற்றைக் கணிக்க.

$60^0 + a = 3a$ (தேற்றப்படி)

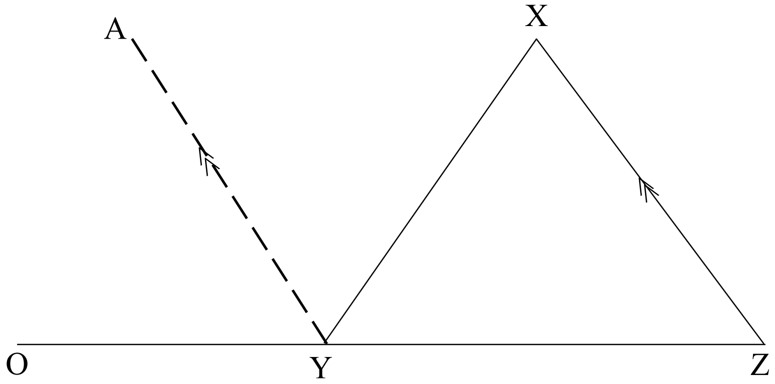
$a = 30^0$

$B\hat{A}C = 30^0$

$B\hat{C}D = 3 \times 30^0$

$= 90^0$

மேற்தரப்பட்ட தேற்றத்தை நிறுவுவோம்.



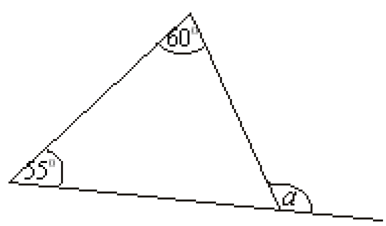
ΔXYZ இல் ZY, O வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.
$Y\hat{Z}X + Y\hat{X}Z = X\hat{Y}O$ என நிறுவுக.

தரவு	:	ΔXYZ இல் ZY, O வரை நீட்டுக.
நிறுவ வேண்டியது	:	$Y\hat{Z}X + Y\hat{X}Z = X\hat{Y}O$
அமைப்பு	:	$XZ//AY$ வரையப்பட்டுள்ளது.
நிறுவல்	:	$X\hat{Z}Y = A\hat{Y}O$ (ஒத்த கோணங்கள் $AY // XZ$)
		$Z\hat{X}Y = XYA$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் $AY // YZ$)
		$X\hat{Z}Y + Z\hat{X}Y = A\hat{Y}O + X\hat{Y}A$ (வெளிப்படை உண்மை)
		$X\hat{Z}Y + Z\hat{X}Y = X\hat{Y}O$ $\left[A\hat{Y}O + X\hat{Y}A = X\hat{Y}O \text{ என் பதால்}\right]$

7.1 பயிற்சி

(1) இடைவெளி நிரப்புக.

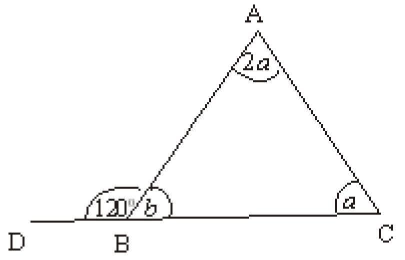
i.



$55^0 + \ldots\ldots = a$ (தேற்றப்படி)

$\underline{\underline{\ldots\ldots = a}}$

ii.



$$B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{B}D \ ($$

$$3a = 120^0$$

$$\frac{3a}{3} = \frac{120}{3} \ (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

$$\underline{\underline{a = \ldots\ldots\ldots\ldots}}$$

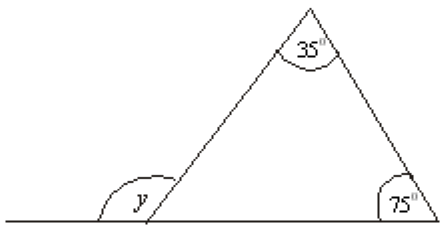
$$120^0 + b = 180^0 \ (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

$$120^0 + b - 120^0 = 180^0 - \ldots\ldots\ldots$$

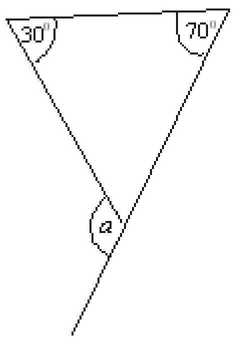
$$\underline{\underline{b = \ldots\ldots\ldots\ldots}}$$

2. ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களைக் காண்க.

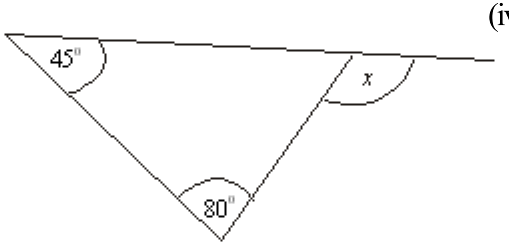
(i)



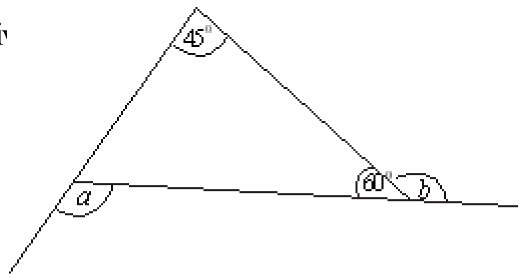
(ii)



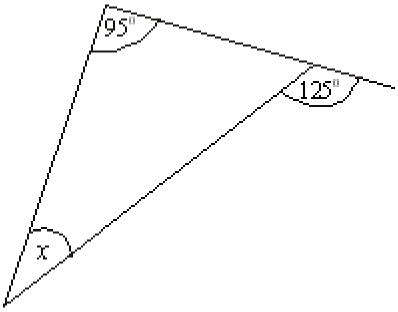
(iii)



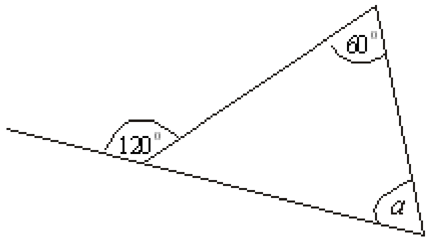
(i

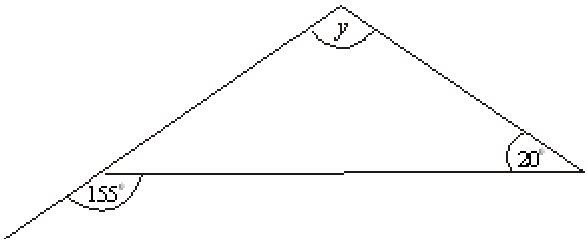


(v)

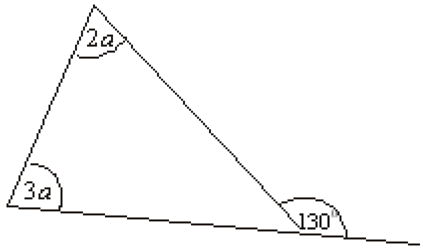


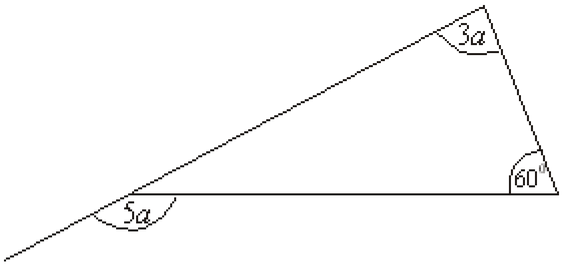
(vi)



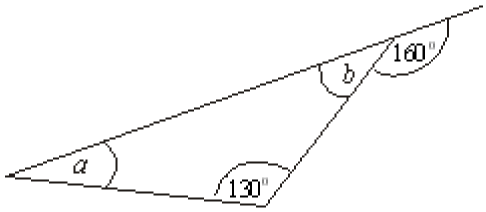


(viii)

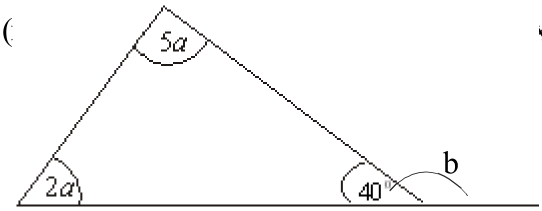




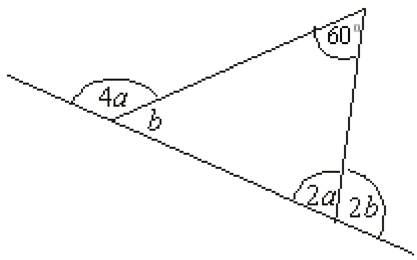
(x)



(

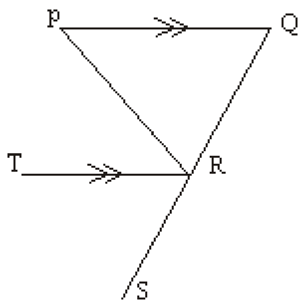


xii)



3. $\triangle XYZ$ இல் YZ, O வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. PQ ஆனது X இனூடாக YZ ற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்டுள்ளது. $P\hat{X}Y = 42^0, Y\hat{X}Z = 60^0$ எனில் $X\hat{Z}O$ காண்க.

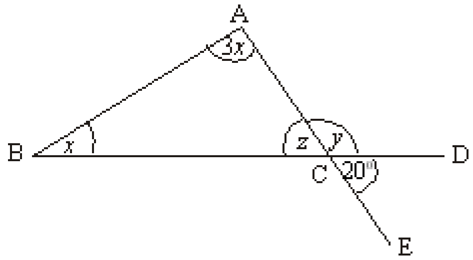
4.



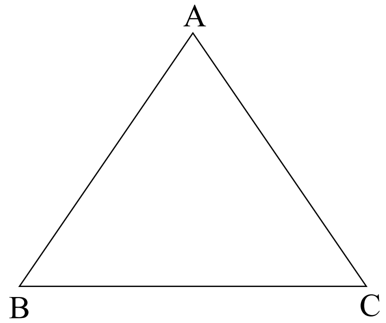
படத்தில் $P\hat{R}T = T\hat{R}S$ ஆகும்.

$2P\hat{Q}R = P\hat{R}S$ எனக் காட்டுக.

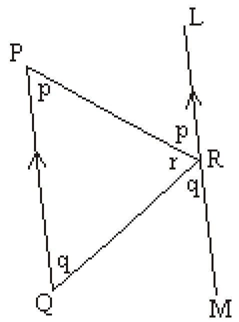
5. உருவில் AC, E வரையும் BC, D வரையும் நீட்டப்பட்டுள்ளன. x , $3x$, y, z ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



7.2 முக்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்கள்



ΔABC யில் மூன்று அகக்கோணங்கள் உள்ளன. அவையாவன $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$



இங்கு Δ PQR யில் PQ // LM

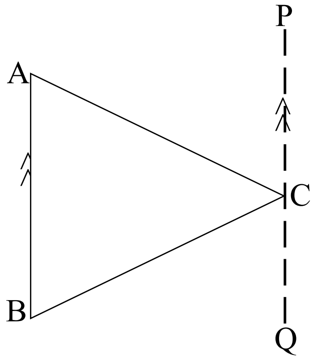
$Q\hat{P}R = L\hat{R}P$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$P\hat{Q}R = Q\hat{R}M$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$P\hat{R}L + Q\hat{R}M + P\hat{R}Q = 180^0$ (நேர்கோடு)

$\therefore\ Q\hat{P}R + P\hat{Q}R + P\hat{R}Q = 180^0$

> தேற்றம் :
> முக்கோணியொன்றில் மூன்று அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களுக்குச் சமனாகும்.



தரவு : ABC ஒரு முக்கோணியாகும்.

நிறுவ வேண்டியது : $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$

அமைப்பு : $AB // PQ$

நிறுவல் : $B\hat{A}C = A\hat{C}P$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$A\hat{B}C = B\hat{C}Q$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

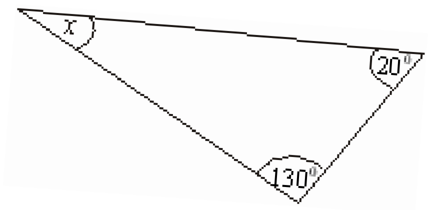
$B\hat{A}C + A\hat{B}C = A\hat{C}P + B\hat{C}Q$ (வெளிப்படை உண்மை)

$A\hat{C}P + B\hat{C}Q + A\hat{C}B = 180^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$\therefore B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$

உதாரணம் - 5

உருவில் x ஐக் காண்க

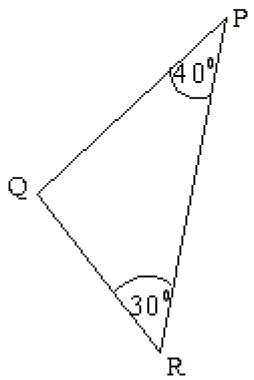


$x + 20^0 + 130^0 = 180^0$

$\underline{\underline{x = 30^0}}$

உதாரணம் - 6

உருவில் $P\hat{Q}R$ இல் ஐக் காண்க x



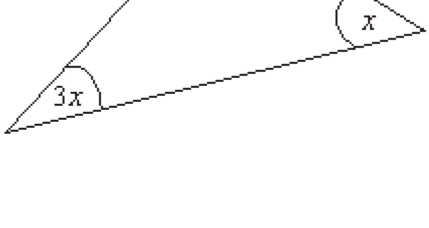
$P\hat{Q}R + Q\hat{P}R + P\hat{R}Q = 180^0$ (தேற்றப்படி)

$P\hat{Q}R + 40^0 + 30^0 = 180^0$

$\underline{\underline{\therefore P\hat{Q}R = 110^0}}$

உதாரணம் - 7

உருவில் முக்கோணியின் கோணங்களைக் காண்க.



$3x + x + 5x = 180^0$ (தேற்றப்படி)

$9x = 180^0$

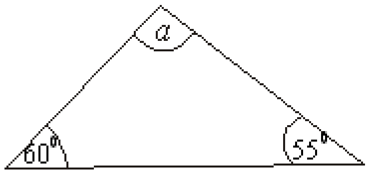
$\underline{\underline{x = 20^0}}$

$3x = 60^0$

$\therefore \underline{\underline{5x = 100^0}}$

7.2 பயிற்சி

(1) உருவில் யைக் கணிப்பதற்கான படிமுறைகளுக்கான வெற்றிடங்களை நிரப்புக.



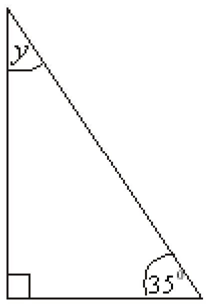
$60^0 + a + \ldots\ldots\ldots\ldots = 180^0 \; (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$a + 115^0 = 180^0$

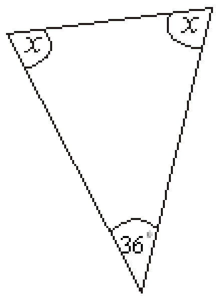
$a = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

(2) உருவில் x, y யைக் காண்க.

(a)



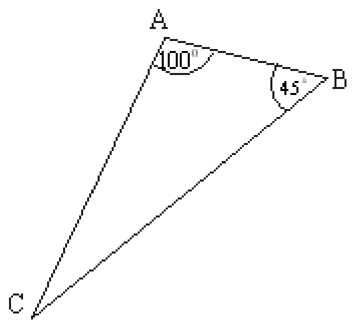
(b)



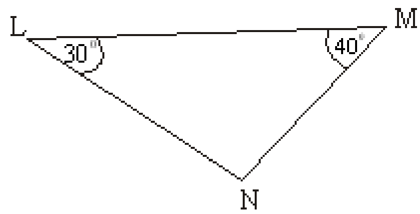
a

(3) உருவில் அளவு குறிப்பிடப்படாத கோணங்களை காண்க.

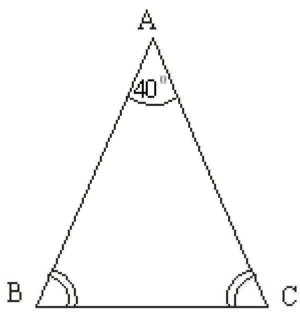
(a)



(b)



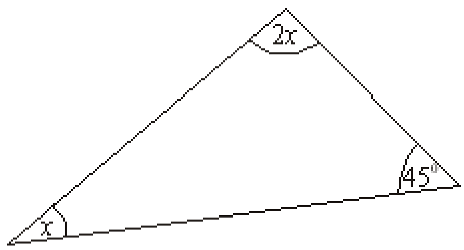
(c)



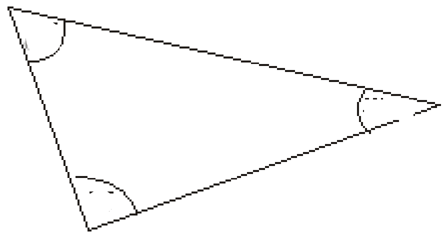
சாடை:
ஒரே குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கப்படும் கோணங்கள் சமம்.

(4) கீழ்வரும் உருக்களில் x^0 இன் பருமனைக் கண்டு எஞ்சிய கோணங்களின் பெறுமதியைக் காண்க.

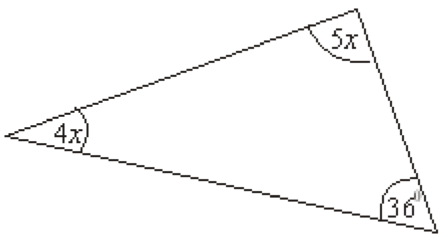
(i)



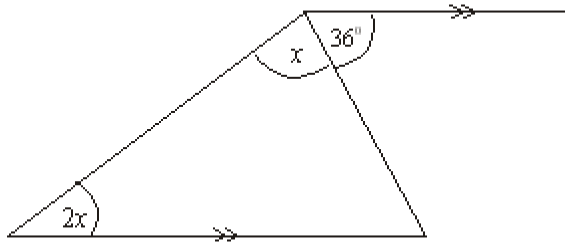
(ii)



(iii)



(iv)



(5) ΔABC யில் $A\hat{B}C = 40^0$, $B\hat{A}C = 48^0$ எனின் $A\hat{C}B$ யைக் கணிக்க.

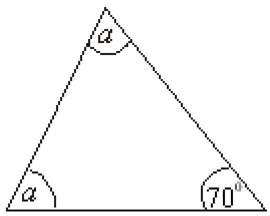
7. **பலவினப் பயிற்சி**

(1) முக்கோணியொன்றின் இரு கோணங்களின் அளவு 70^0 உம் 66^0 உம் ஆகும். எஞ்சிய கோணத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

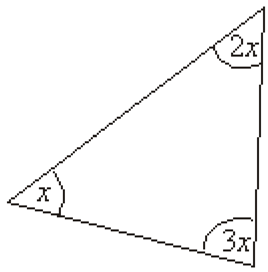
(2) முக்கோணியொன்றின் ஒரு கோணம் 68^0 ஆகும். மற்றைய இரு கோணங்களும் சமமெனில் அக்கோணத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

(3) கீழ்வரும் உருக்களில் முக்கோணியின் கோணங்களைக் கணிக்க.

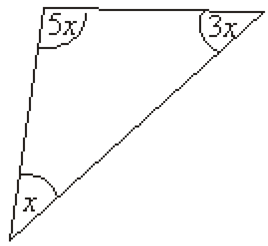
(i)



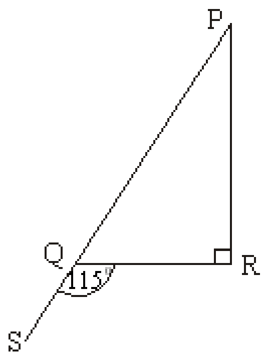
(ii)



(iii)



(4)

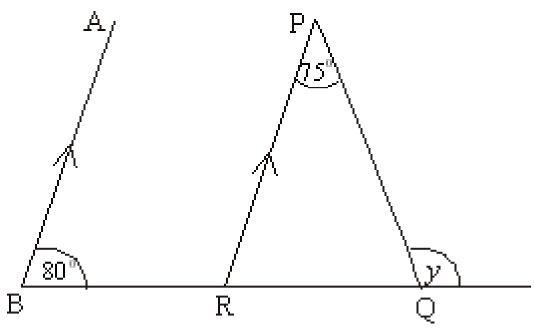


$\triangle PQR$ இல் PQ, S வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

(i) $P\hat{Q}R$

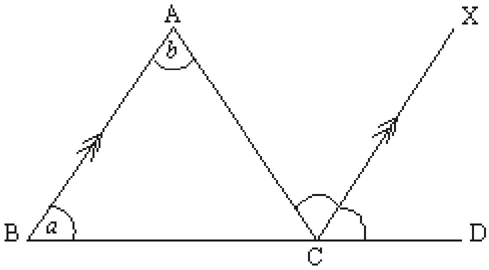
(ii) $Q\hat{P}R$

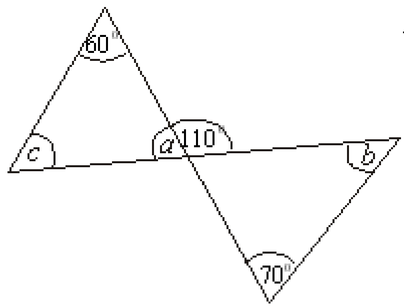
(5)



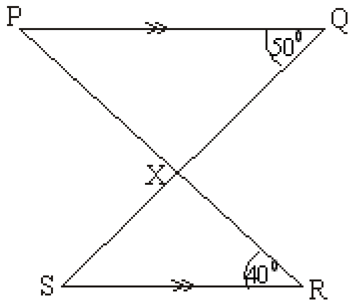
வரிப்படத்தில் தரவுகளிற்கேற்ப **y** காண்க.

(6) வரிப்படத்தில் தரவுகளிற்கேற்ப முக்கோணியின் அகக்கோணிகளின் கூட்டுத்தொகை 180° எனக் காட்டுக.



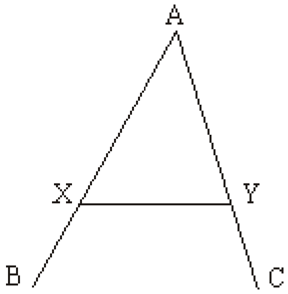
(7) 

த்தில் a, b, c என்பவைகளைக் காண்க.

(8) 

$Q\hat{X}R$ ஐக் காண்க.

(9) வரிப்படத்தைக் கொண்டு $B\hat{X}Y + C\hat{Y}X = A\hat{X}Y + A\hat{Y}X + 2X\hat{A}Y$ என நிறுவுக.

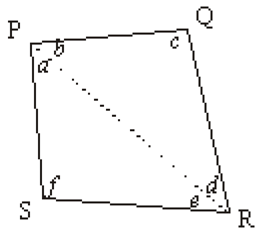


8. பல்கோணிகள்

8.1 பல்கோணிகளின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

- முக்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை பற்றி முன்னர் கற்றுள்ளோம்.
- முக்கோணியொன்றின் மூன்று அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களிற்கு சமனாகும்.

Δ ABC யிற்கு $A\hat{B}C + B\hat{C}A + C\hat{A}B = 180^0$ ஆகும். இனி நாற்பக்கலின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை பற்றி ஆராய்வோம்.



Δ PQR இல் $b + c + d = 180^0$ ——— (1)

ΔPRS இல் $a + f + e = 180^0$ ——— (2)

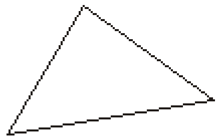
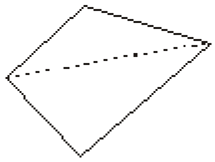
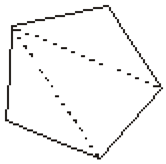
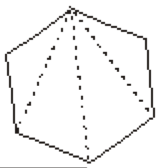
(1) + (2) $\Rightarrow$

$$(a+b) + c + (d+e) + f = 360^0$$

$$Q\hat{P}S + P\hat{Q}R + Q\hat{R}S + P\hat{S}R = 360$$

அதாவது நாற்பக்கலின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^0 ஆகும். இவ்வாறு நாற்பக்கல்களை இரு முக்கோணிகளில் வேறுபடுத்துவதன் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டறியலாம்.

இதற்காக பின்வரும் அட்டவணையை பரிசீலிக்க

பல்கோணியின் உருவம்	பெயர்	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கை	அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை
	முக்கோணிகள்	3	1	$180^\circ \times 1 = 180^\circ$
	நாற்பக்கல்	4	2	$180^\circ \times 2 = 360^\circ$
	ஐங்கோணி	5	3	$180^\circ \times 3 = 540^\circ$
	அறுகோணி	6	4	$180^\circ \times 4 = 720^\circ$

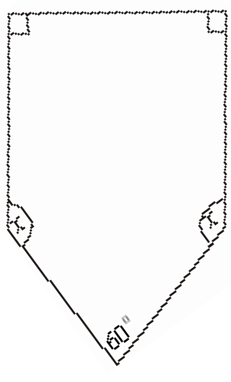
மேற்தரப்பட்ட அட்டவணையிலிருந்து எந்த பல்கோணியினதும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையிலிருந்து 2 ஐக் கழிப்பதன் மூலம் பிரிக்கப்பட்ட முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கையை அறியலாம். இதன்படி n பக்கங்கொண்ட பல்கோணியில் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $=(n-2)180^\circ$ எனப் பெறப்படும்.

உதாரணம் : 1

12 பக்கங்களுள்ள பல்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$(12-2)\times 180^\circ$ -

உதாரண



x இன் பெறுமதி காண்க.

$x + x + 90^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ(5-2)$

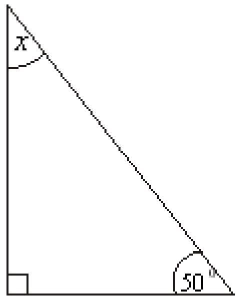
$= 540^\circ$

$\Rightarrow x = 180^\circ$

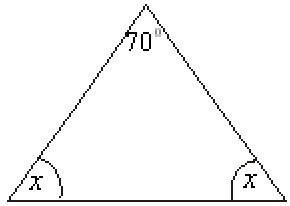
8.1 பயிற்சி

(1) கீழ் தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் x^0 இன் அளவைக் காண்க.

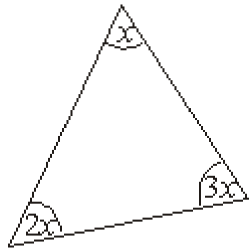
(i)



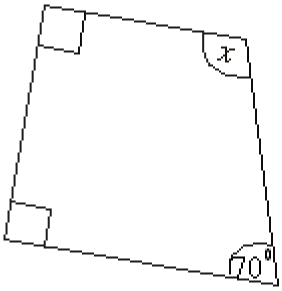
(ii)



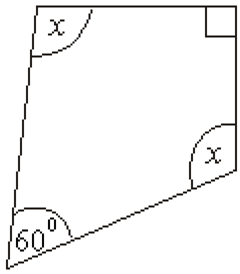
(iii)



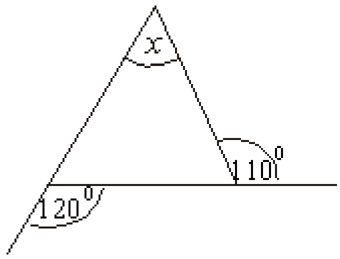
(iv)



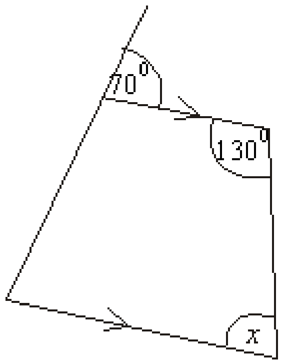
(v)



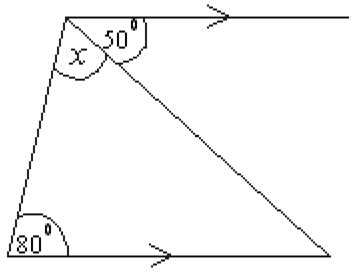
(vi)



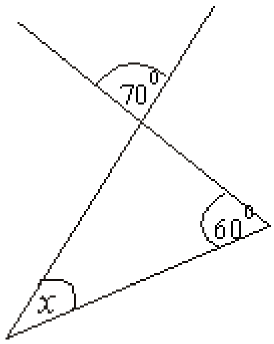
(vii)



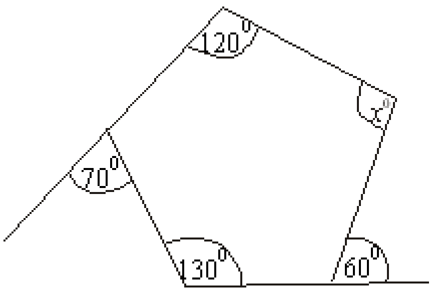
(viii)



(ix)

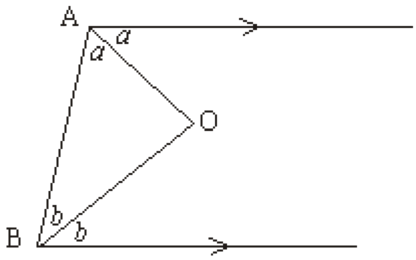


(x)



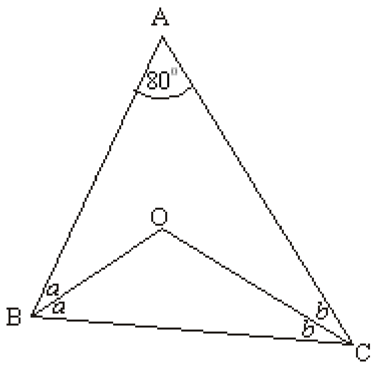
(2) பல்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 1000^0 ஆக இருக்க முடியுமா? விடைக்கு காரணம் கூறுக.

(3)



$A\hat{O}B$ யில் அளவு காண்க.

(4)

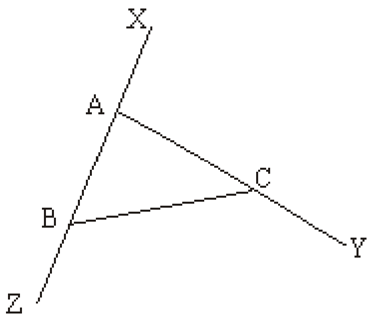


$B\hat{O}C$ இனது அளவு காண்க

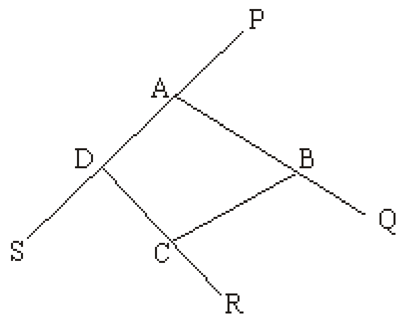
(5) அகக்கோணங்கள் எல்லாம் சமனான பல்கோணி ஒன்றில் ஒரு அகக்கோணம் 120^0 எனில், இதற்கு எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளது எனக் காண்க.

8.2 பல்கோணியொன்றின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

பல்கோணியின் பக்கம் ஒன்றை நீட்டுவதால் புறக்கோணங்கள் பெறப்படும்.

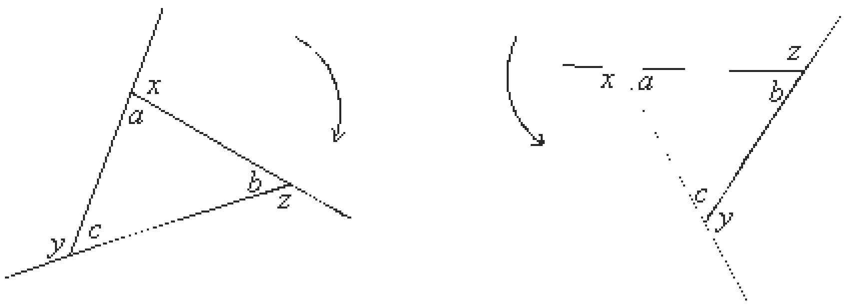


$X\hat{A}C$, $Z\hat{B}C$, $B\hat{C}Y$
புறக்கோணங்கள் ஆகும்.



$P\hat{A}B$, $Q\hat{B}C$, $B\hat{C}R$, $S\hat{D}C$
புறக்கோணங்கள் ஆகும்.

முக்கோணியொன்றில் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை அறிய முயலுவோம்.



நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆவதால்

$$a + x = 180^0 \longrightarrow (1)$$
$$b + y = 180^0 \longrightarrow (2)$$
$$c + z = 180^0 \longrightarrow (3)$$

$(1)+(2)+(3) \Rightarrow$

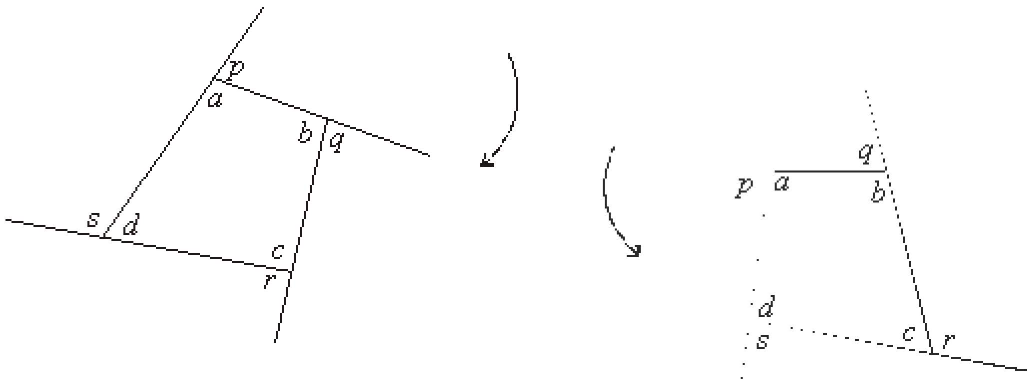
$(a+b+c)+ x+y+z = 540^0$ ($\because a+b+c=180^0$, முக்கோணியின் அகக்கோணங்கள்)

$180^0 + x+y+z = 540^0$

$x+y+z = 360^0$

முக்கோணியொன்றில் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^0 ஆகும்.

இவ்வாறே நாற்பக்கலொன்றின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண முயலுவோம்



மேற்கூறியவாறே

$$a+p=180^0 \longrightarrow (1)$$
$$b+q=180^0 \longrightarrow (2)$$
$$c+r=180^0 \longrightarrow (3)$$
$$d+s=180^0 \longrightarrow (4)$$

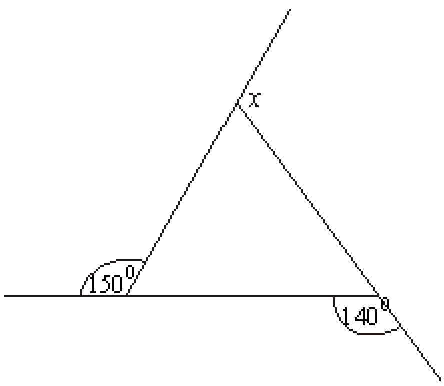
$$\Rightarrow \ (a+b+c+d)+p+q+r+s=720^0$$
$$360^0+p+q+r+s=720^0$$
$$\therefore \ p+q+r+s=360^0$$

நாற்பக்கலொன்றின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை ஆகும்.

இவ்வாறே ஐங்கோணியொன்றின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^0 என அறிவோம்.

உதாரணம் -3

x இன் அளவு காண்க.



360^0

$$x+150^0+140^0 = 360^0$$
$$x+290^0 = 360^0$$
$$x = 170^0$$
$$x+150^0+140^0 = 360^0$$
$$x = 170^0$$

உதாரணம் - 4

அகக்கோணங்கள் சமனான முக்கோணியொன்றின் புறக்கோணங்களின் அளவு காண்க.

முடிவு - I

ஒரு புறக்கோணத்தின் அளவு $= \dfrac{360^0}{3} \quad \underline{\underline{= 120^0}}$

முடிவு - II

ஒரு அகக்கோணத்தின் அளவு $= \frac{180^0}{3}$

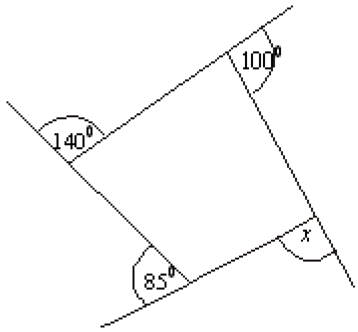
ஒரு புறக்கோணம் $=180^0 - 60^0$

$\underline{\underline{= 120^0}}$

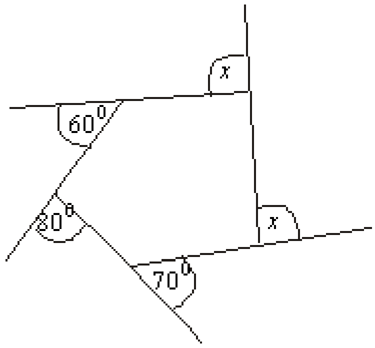
8.2 பயிற்சி

(1) கீழ் தரப்பட்ட உருக்களில் x^0 காண்க.

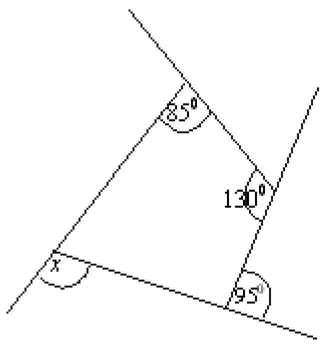
i.



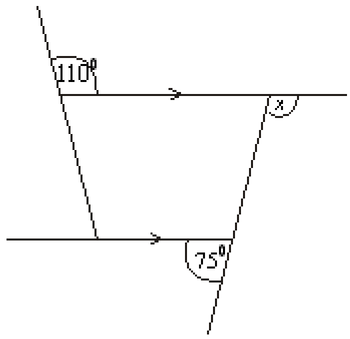
ii.



iii.



iv.

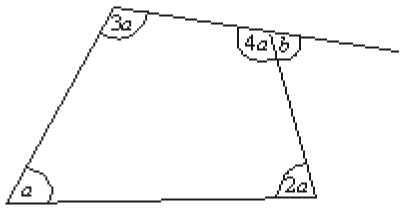


(2) பல்கோணியொன்றில் அகக்கோணம், புறக்கோணத்தின் மூன்று மடங்காகும்

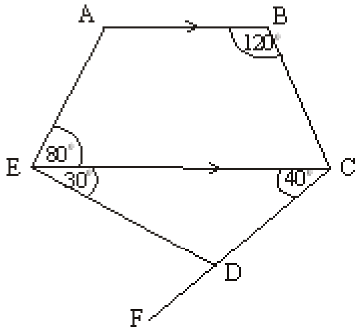
(i) புறக்கோணத்தின் பெறுமானம் x^0 எனக் கொண்டு சமன்பாடு ஒன்றை எழுதுக.

(ii) இச்சமன்பாட்டை தீர்ப்பதன் மூலம் புறக்கோணத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

(3) ஐங்கோணியொன்றில் எல்லா அகக்கோணங்களும் சமனாயின் புறக்கோண மொன்றின் பெறுமதியைக் காண்க.

(4) 

காண்க (i) a, (ii) b

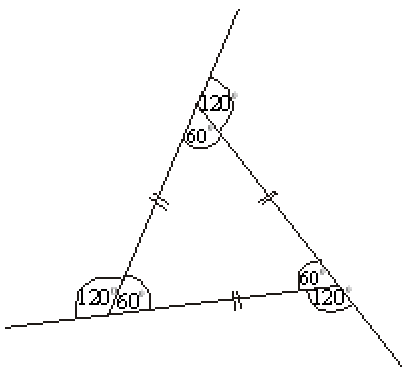
(5) 

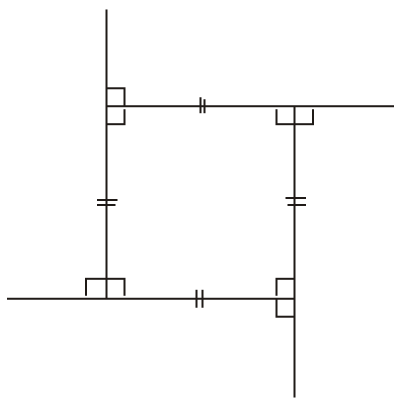
i. $B\hat{C}E$ ஐ காண்க.
விடைக்கு பயன்படும் தேற்றத்தையும் தருக

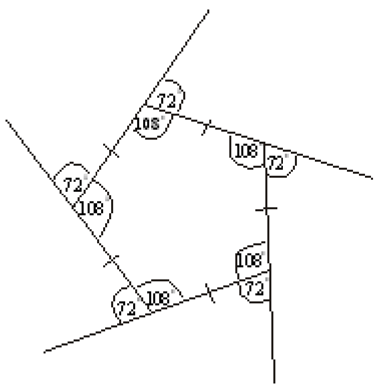
ii. $E\hat{D}F$ ஐ காண்க.

8.3 ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்களும் புறக் கோணங்களும்

தரப்பட்டுள்ள வரிப்படங்களின் தரவுகளை பரிசீலிக்க.







இங்குள்ள எல்லா பல்கோணிகளிலும் பக்கங்கள் சமமாகும்; அகக்கோணங்கள் சமமாகும்; புறக்கோணங்கள் சமமாகும்.

பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவுமுள்ள பல்கோணி ஒழுங்கான பல்கோணி எனப்படும்.

புறக்கோணத்தில் பெறுமதி தரப்படும் போது பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

உதாரணம் - 5

ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றில் அகக்கோணமொன்றின் அளவு 120^0 ஆகும். பக்கங்கள் எத்தனை?

புறக்கோணம் $= 180^0 - 120^0$

$= 60^0$

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{360^0}{60^0}$

$= \underline{\underline{6}}$

உதாரணம் - 6

ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 10 எனின் அகக் கோணத்தின் பெறுமதி காண்க.

புறக்கோணத்தின் பெறுமதி $= \dfrac{360^0}{10}$

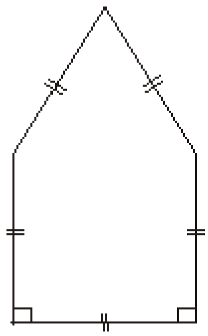
$= 36^0$

அகக்கோணத்தின் பெறுமதி $= 180^0 - 36^0$

$= \underline{\underline{144^0}}$

8.3 பயிற்சி

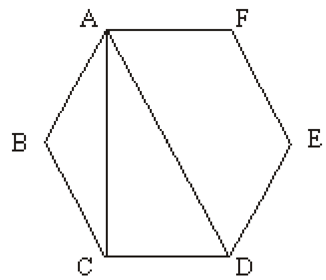
(1) இவ்வுரு ஒழுங்கான பல்கோணியாக இருக்குமா?
விடைக்கு காரணம் தருக.



(2) ABCDEF என்பது ஒழுங்கான அறுகோணியாகும்.

i. $A\hat{C}B = 30^0$ எனின் $B\hat{A}C$ இன் பெறுமதியைக் காண்க.

ii. ΔACD இற்கு கொடுக்கக்கூடிய விசேட பெயர் என்ன? விடைக்கு காரணம் தருக.

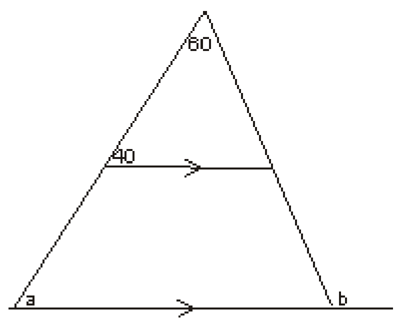


(3) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அகக்கோணங்களின் அளவுகளிற்கு பொருத்தமான ஒழுங்கான பல்கோணிகளின் பக்கங்களைத் தனித்தனியே காண்க.

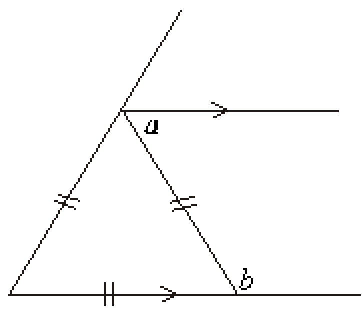
(4) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் அளவுகளிற்கு பொருத்தமான ஒழுங்கான பல்கோணிகளின் அகக்கோணங்களைத் தனித்தனியே காண்க.
8, 12, 18, 20

பலவினப் பயிற்சி

(1) கோணங்கள் a, b யைக் காண்க.



(2) கோணங்கள் a, b யைக் காண்க.



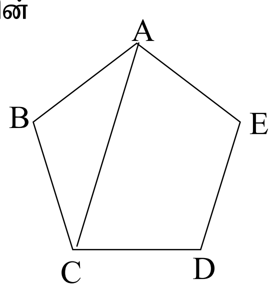
(3) ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றில் அகக்கோணமானது புறக்கோணமொன்றில் நான்கு மடங்காகும்.

(i) புறக்கோணத்தின் பெறுமதி காண்க

(ii) அகக்கோணத்தின் பெறுமதி காண்க

(iii) பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(4) ABCDE ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணி. $B\hat{A}C = 36^0$ எனின்

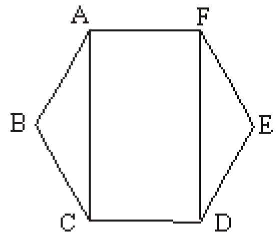


(i) $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $A\hat{C}D$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) AC// ED எனக் காட்டுக.

(5) ABCDEF ஒழுங்கான அறுகோணியாகும்.



(i) $B\hat{A}C = 30^0$ எனின் $A\hat{C}B$ காண்க.

(ii) ACDF ஒரு செவ்வகம் என நிறுவுக.

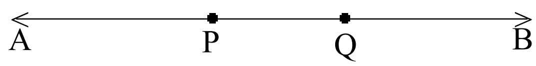
9. அமைப்பு

பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

- எளிய நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை அமைப்பதற்கும்
- தரப்பட்டுள்ள கோணம் ஒன்றை பிரதி செய்வதற்கும்
- கோணம் ஒன்றை இருகூறாக்குவதற்கும்
- கோடொன்றிற்கு செங்குத்துக்களை வரைவதற்கும், அதன் செங்குத்து இருவெட்டியை அமைப்பதற்கும்
- சமாந்தரக் கோடுகளை வரைவதற்கும்
- 60° ஐயும் அதன் மடங்கு கோணங்களையும் அமைப்பதற்கும்
- 90° ஐயும் அதன் மடங்கு கோணங்களையும் அமைப்பதற்கும்
- தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப முக்கோணிகளை அமைப்பதற்கும்

உரிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

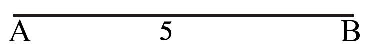
9.1 நேர்கோடுகளும் நேர்கோட்டுத் துண்டமும்



AB - நேர்கோடாகும்
PQ - நேர்கோட்டுத் துண்டமாகும்

படிமுறை - 1
5 cm இற்குக் கூடிய நீளமுள்ள நேர்கோடொன்றை வரைக.

படிமுறை - 2
A என்னும் புள்ளியை அக்கோட்டின் மீது குறித்து A ஐ மையமாகவும் 5 ஆரையையும் கொண்ட வட்டவில் ஒன்றை மேற்படி நேர்கோட்டை B இல் வெட்டுமாறு வரைக. AB என்பது 5 cm நீளமுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டமாகும்.



9.1 பயிற்சி

(1) உருவில் உள்ள
- (i) நேர்கோட்டைப் பெயரிடுக.
- (ii) நேர்கோட்டுத் துண்டத்தைப் பெயரிடுக.

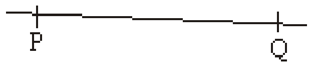
(2)
- (i) நேர்கோடொன்றை வரைந்து அதனை PQ எனப்பெயரிடுக.
- (ii) நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை வரைந்து அதனை AB எனப்பெயரிடுக.
- (iii) நேர்கோட்டையும் நேர்கோட்டுத் துண்டம் ஒன்றையும் எவ்வாறு வேறுபடுத்தி இனங்காணலாம்.

(3) பின்வரும் நீளங்களைக் கொண்ட நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை வரைக.

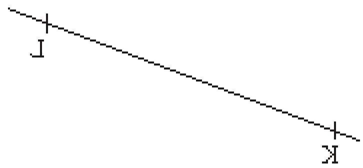
- i. $PQ = 4cm$
- ii. $AB = 5.3\ cm$
- iii. $XY = 6.5\ cm$
- iv. $KL = 8.7\ cm$
- v. $MN = 9\ cm$

(4) கீழேயுள்ள நேர்கோட்டுத் துண்டங்களின் நீளங்களை அளந்தெழுதுக.

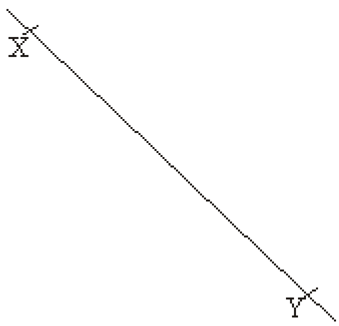
(i)



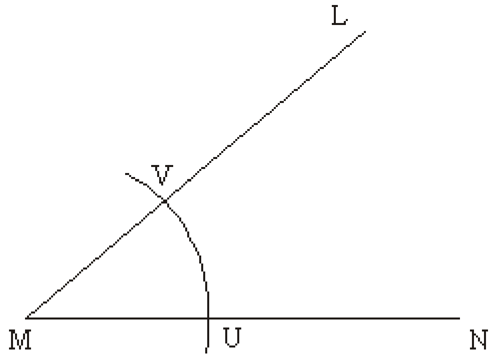
(ii)



(iii)



9.2 தரப்பட்டுள்ள கோணம் ஒன்றைப் பிரதிசெய்தல்.



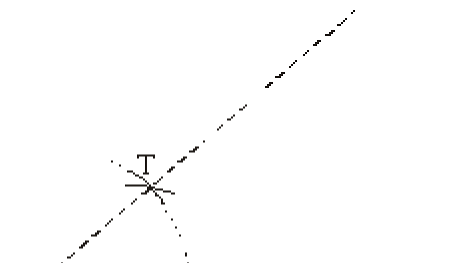
LMN - தரப்பட்டுள்ள கோணம்

$L\hat{M}N$ - இற்குச் சமனான கோணமொன்றை பிரதி செய்தல் வேண்டும்.

(i) QR எனும் நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை வரைக.

(ii) தரப்பட்டுள்ள கோணத்தின் M ஐ மையமாகவும் வசதியான ஓர் அளவை ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டவில் ஒன்றை வரைக. அது MLஐ வெட்டும் பள்ளியை V எனவும் MN ஐ வெட்டும் புள்ளியை u எனவும் குறிக்க.

(iii) Q ஐ மையமாகவும் MU ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டவில் ஒன்றை வரைந்து QR ஐ வெட்டும் புள்ளியை S எனக் குறிக்க.



(iv) U இலிருந்து V இற்கு உள்ள தூரத்தை ஆரையாகவும் S ஐ மையமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்ட வில்லை வரைக. அது மேலே (iii) இல் வரைந்த வில்லை வெட்டும் புள்ளியை T எனக் குறிக்க.

(v) Q, T என்பனவற்றை இணைக்க. $R\hat{Q}T$, $L\hat{M}N$ என்பன சமனாகுமா என்பதை பரீட்சிலித்துப் பார்க்க.

9.2 பயிற்சி

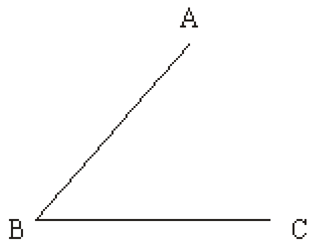
1. பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் அளவுகளைக் கொண்ட கோணங்களை வரைக. நேர்விளிம்பையும் கவராயத்தையும் பயன்படுத்தி அக் கோணங்களை பிரதி செய்க.
   i. 40^0 ii. 80^0 iii. 120^0 iv. 55^0 v. 78^0

2. யாதுமொரு பருமனைக் கொண்ட கோணம் $A\hat{B}C$ ஐ வரைக. அதனைப் பிரதி செய்க.

9.3 தரப்பட்டுள்ள கோணம் ஒன்றை இருசம கூறாக்குதல்

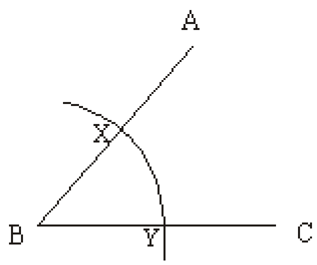
படி - 1

யாதுமொரு கோணத்தை வரைந்து அதனை $A\hat{B}C$ எனப் பெயரிடுக.



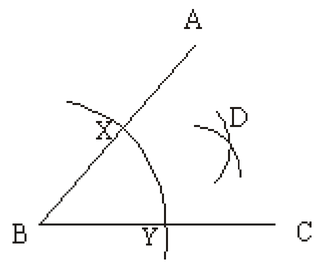
படி - 2

B ஐ மையமாகவும் வசதியான ஒரு அளவை ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டவில் ஒன்றை வரைந்து அது AB, BC என்பவற்றை வெட்டும் புள்ளிகளை X, Y எனவும் குறிக்க.



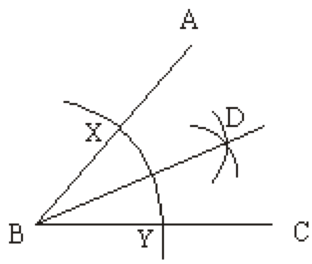
படி - 3

X, Y என்பனவற்றை மையங்களாகவும் வசதியான ஒரு அளவை ஆரையாகவும் கொண்டு D இல் வெட்டுமாறு இரண்டு வட்ட விற்களை வரைக.



படி - 4

B, D யை இணைக்க. BD என்பதே ABC யின் கோண இருகூறாக்கி ஆகும்.



9.3 பயிற்சி

(1) நீர் விரும்பிய கோணம் ஒன்றை வரைந்து அதனை PQR எனப் பெயரிடுக.

i. $P\hat{Q}R$ இன் பருமனை அளந்து எழுதுக.

ii. $P\hat{Q}R$ ஐ இருகூறாக்கவும்.

iii. இருகூறாக்கப்பட்டதன் பிறகு கிடைக்கும் கோணங்களின் பருமன்களை அளந்து பார்க்க.

(2) i. $P\hat{Q}R = 90^0$ கோணத்தை அமைக்க

ii. $P\hat{Q}R$ இன் கோண இருகூறாக்கியை வரைக.

(3) கீழ்வரும் கோணங்களை அமைத்து அவற்றின் இருகூறாக்கிகளை வரையவும்.
i 60^0 ii. 75^0 iii. 120^0 iv. 135^0

9.4 செங்குத்துக் கோடுகளையும் இருசமவெட்டிச் செங்குத்துக்களையும் அமைத்தல்

தரப்பட்டுள்ள கோட்டின் மீது தரப்பட்டுள்ள புள்ளியில் 90^0 ஐ அமைப்பதன் மூலம் செங்குத்துக் கோடு ஒன்றை அமைக்க முடியும்.

- கோடொன்றின் மீதுள்ள புள்ளி ஒன்றில் செங்குத்து ஒன்றை அமைப்பதன் மூலம் செங்குத்துக்கோடு ஒன்றை அமைக்க முடியும்.

- கோட்டிற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து கோட்டின் செங்குத்து ஒன்றை வரைவதன் மூலம்

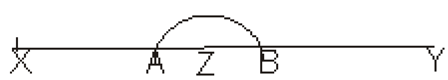
- கோடொன்றை செங்குத்தால் இருகூறாக்குவதன் மூலம்
கோடொன்றிற்குச் செங்குத்தொன்றை அமைக்க முடியும்.

கோடொன்றின் மீதுள்ள புள்ளியில் அக்கோட்டிற்குச் செங்குத்து வரைதல்

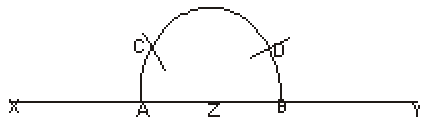
நேர்கோட்டுத்துண்டம் XY இல் Z என்னும் புள்ளி உள்ளது. XY இற்கு Z இலே செங்குத்தொன்றை வரைதல் வேண்டும்.

i. நேர்கோட்டுத் துண்டம் XY ஐ வரைக. அதன்மீது யாதுமொரு புள்ளி Z ஐக் குறிக்க.

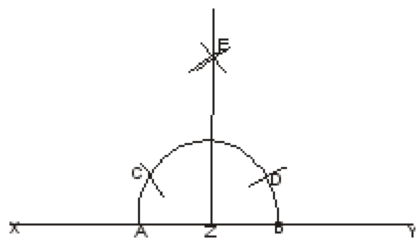
ii. Z ஐ மையமாகவும் வசதியான ஒரு அளவை ஆரையாகவும் கொண்டு XY ஐ A,B என்பவற்றில் வெட்டுமாறு வில் ஒன்றை வரைக.



iii. B ஐ மையமாகவும் படி- 2 இன் ஆரையும் கொண்ட வட்டவில் ஒன்றை வரைந்து அது ஏற்கனவே வரைந்த வில்லை வெட்டும் புள்ளியை D எனவும், D ஐ மையமாகவும் அதே அளவை ஆரையாகவும் கொண்டு மீண்டும் வட்டவில் ஒன்றை வரைந்து அது வில்லை வெட்டும் புள்ளியை C எனவும் குறிக்க.



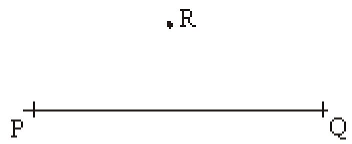
iv. C, D என்பனவற்றை மையமாகவும் மேலே பயன்படுத்திய அதேஅளவை ஆரையாக வும் கொண்டு இரண்டு வட்டவிற்களை வரைக. அவை வெட்டும் புள்ளியை E எனக் குறிக்க. ZE என்பது XY இற்குச் செங்குத்தாகும்.



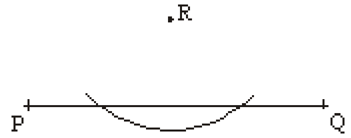
கோடொன்றிற்கு வெளிப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து அக்கோட்டிற்கு செங்குத்து ஒன்றை வரைதல்.

PQ ஒரு நேர்கோடாகும். புள்ளி R , PQ இற்கு வெளியே உள்ளது. R இலிருந்து PQ இற்கு செங்குத்து ஒன்றை வரைய வேண்டியுள்ளது.

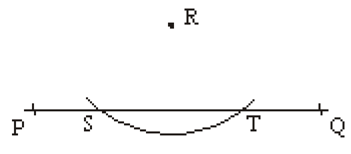
i. PQ ஐ வரைக. புள்ளி R ஐ PQ இற்கு வெளியே குறிக்க.



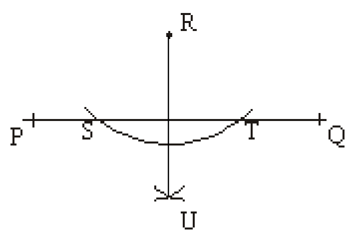
ii. R ஐ மையமாகக் கொண்டு PQ ஐ இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டும் விதமாக வில் ஒன்றை வரைக.



iii. வெட்டும் புள்ளிகளை S, T எனக் குறிக்க.



iv. S, T எனும் புள்ளிகளிலிருந்து சம ஆரையுள்ள விற்கள் இரண்டை வரைந்து அவை வெட்டும் புள்ளியை U எனக் குறிக்க RU ஐ இணைக்க $RU \perp PQ$ ஆகும்.

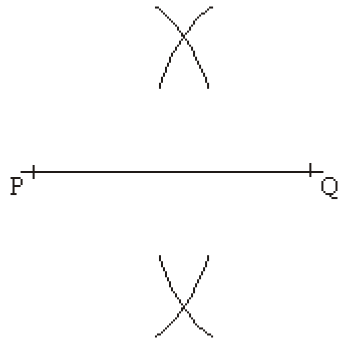


v. ROP, ROQ கோணங்களை அளந்து பார்க்கவும்.

கோடொன்றின் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தை அமைத்தல்.

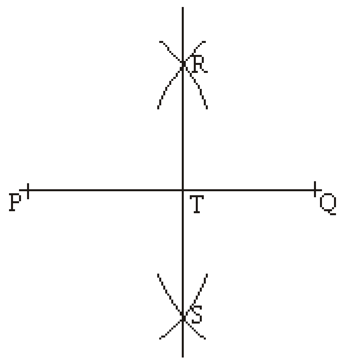
i. PQ எனும் நேர்கோட்டை வரைக.

ii. PQ இன் நீளத்தின் அரைவாசியிலும் கூடிய ஒரு அளவை ஆரையாகக் கொண்டு PQ என்பனவற்றை மையங்களாகவுள்ள இரு விற்களை PQ இன் இரண்டு புறங் களிலும் இரண்டு புள்ளிகளில் சந்திக்கும்படி வரைக.



iii. சந்திக்கும் புள்ளிகளை R, S எனப் பெயரிடுக. RS ஐ இணைக்க. PQ இன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்து RS ஆகும். $RS \perp PQ$

PT, TQ என்பனவற்றைச் $P\hat{T}R$ $R\hat{T}Q$ என்பனவற்றையும் அளப்பதன் மூலம் RS என்பது PQ இன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்து என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.



9.4 பயிற்சி

1. AB என்பது 6cm நீளமுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஆகும். அதன் இருசம வெட்டிச் செங்குத்தை வரைக.

2. PQ = 7.5 cm ஆகும். PQ இன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தை வரைக.

3. RS = 7. cm நீளமுள்ள நேர்கோடாகும். R இலிருந்து 2.5 cm தூரத்தில் T எனும் புள்ளியை RS இன் மீது குறிக்க. புள்ளி T யில் RS இற்குச் செங்குத்து ஒன்றை வரைக.

4. XY = 7..8 cm ஆகும். நீட்டப்பட்ட XY இல் Y இலிருந்து 2.8 cm தூரத்தில் புள்ளி Z உள்ளது. புள்ளி Z இல் XY இற்குச் செங்குத்து ஒன்றை வரைக.

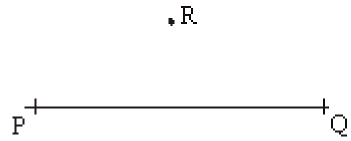
5. MN = 8 cm ஆகும். O என்பது MN இற்கு வெளியே O எனும் புள்ளி அமைந்துள்ளது. O விலிருந்து MN இற்குச் செங்குத்து ஒன்றை வரைக.

9.5 சமாந்தரக் கோடுகளை அமைத்தல்

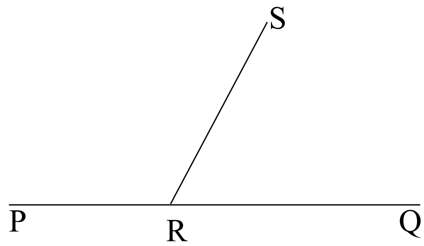
> இரண்டு சமாந்தரக்கோடுகளை குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டுவதால் உருவாகும்
> 1. ஒத்த கோணங்கள் சமனாகும் என்பதையும்
> 2. ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகும் என்பதையும் நீங்கள் அறிவீர்கள்.

நேர்கோடு ஒன்றிற்கு வெளியே உள்ள புள்ளி ஒன்றிற்கூடாக அக்கோட்டிற்குச் சமாந்தரக்கோடு ஒன்றை அமைத்தல்.

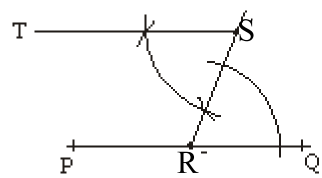
i. PQ எனும் நேர்கோட்டை வரைக.



ii. PQ இற்கு வெளியே S எனும் புள்ளியை குறிக்க. PQ இன் மீது யாதுமொரு புள்ளி R ஐ குறிக்க SR ஐ இணைக்க.



iii. $Q\hat{R}S = R\hat{S}T$ ஆகவும் அவை ஒன்றுவிட்ட கோணங் களாகவும் இருக்கும் விதமாக QRS இற் குச் சமனான கோணம் ஒன்றை புள்ளி RS இல் புள்ளி S இலே பிரதி செய்க.

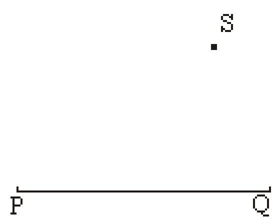


TR என்பது PQ இற்குச் சமாந்தரமாகும்.

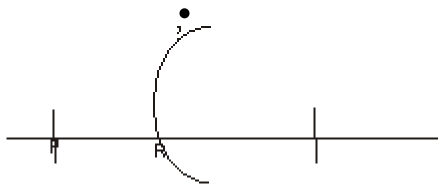
சமாந்தரக் கோடுகளை அமைப்பதற்குரிய இன்னுமொரு முறை

i. நேர்கோட்டுத்துண்டம் PQ ஐ வரைக.

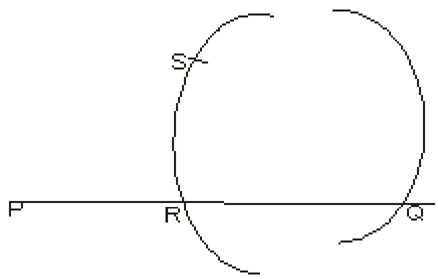
ii. PQ இற்கு வெளியே புள்ளியை S ஐ குறிக்க.



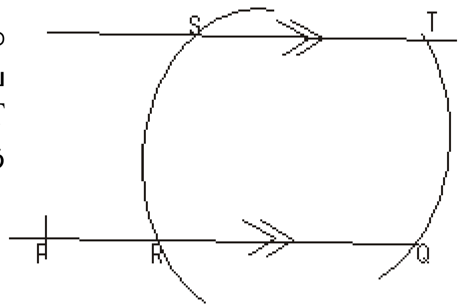
iii. Q ஐ மையமாகவும் QS ஐ ஆரையாக வும் கொண்டு PQ ஐ புள்ளி R இல் வெட்டும் விதமாக வில் ஒன்றை வரைக.



iv. S ஐ மையமாகவும் மேலே அதே அளவை ஆரையாகவும் கொண்டு Q இற்கூடாகச் செல்லும் விதமாக இன்னுமொரு வில்லை வரைக.



v. Q ஐ மையமாகவும் RS ஐ ஆரையாகவும் வட்டவில் ஒன்றை வரைக. அது ஏற்கனவே வரைந்த வில்லை வெட்டும் புள்ளியை T எனக் குறிக்க ST என்பதே PQ இற்கு சமாந்தரமான கோடாகும்.



9.5 பயிற்சி

(1) PQ = 5.4 cm, $P\hat{Q}R = 60^0$ $QR = 4.5cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி PQRஐ அமைக்க. $RS = 5cm$ ஆகுமாறு R எனும் புள்ளியில் QR இற்குச் செங்குத்து ஒன்றை வரைக.

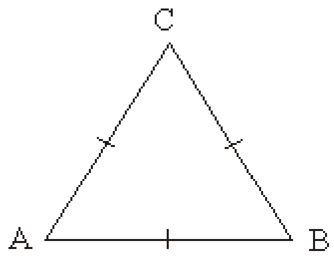
(2) AB = 6 cm $A\hat{B}C = 30^0$ BC = 5 cm ஆகுமாறு முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க. C யிலிருந்து AB இற்குச் செங்குத்து ஒன்றை வரைக.

(3) LM = 6.5 cm உம் $L\hat{M}N = 45^0$ உம் $MN = 4cm$ உம் ஆகுமாறு முக்கோணி LMN ஐ வரைக. LM // NO ஆகுமாறு $5.5\,cm$ நீளமான NO எனும் கோட்டை வரைக.

(4) MN என்பது 7 cm நீளமான நேர்கோடாகும் MO = 2. 5 cm ஆகுமாறு O எனும் புள்ளி MN மீது உள்ளது. $N\hat{O}P = 45^0$ ஆகவும் OP = 5.3 cm ஆகவும் இருக்குமாறு P எனும் புள்ளியை குறிக்க. PQ // ON ஆகுமாறு 5 cm நீளமுள்ள PQ எனும் நேர்கோட்டை வரைக.

(5) 7cm நீளமான RS எனும் நேர்கோட்டை வரைக. RS இன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்து AC ஐ வெட்டும் புள்ளியை T எனக் குறிக்க. TU = 4cm ஆகுமாறு U என்னும் புள்ளியை இருசமவெட்டிச் செங்குத்துக் கோட்டிலே குறிக்க. UV // RS ஆகவும் UV= 4CM ஆகுமாறும் UV எனும் நேர்கோட்டை அமைக்க. VR ஐ இணைக்க.

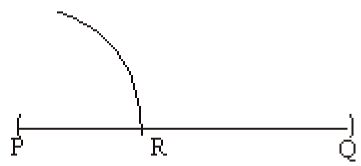
9.6 60^0 கோணம் அமைத்தல்



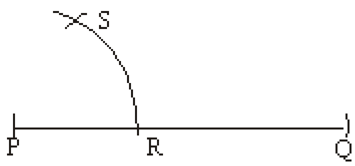
ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும். அதன் பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் சமனாகும். அதன் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் சமனாகும். ஆகவே ஒவ்வொரு கோணமும் 60^0 ஆகும்.

1. நேர்கோட்டுத் துண்டம் PQ ஐ வரைக.

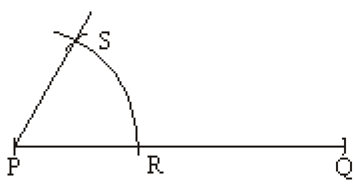
2. விரும்பிய ஆரையைக் கொண்டு P ஐ மையமாகவும் PQ ஐ R இல் வெட்டக் கூடியதாகவும் வில் ஒன்று வரைக.



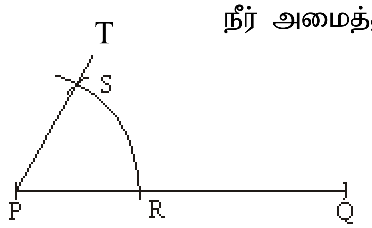
3. ஆரையை மாற்றாமல் R ஐ மையமாகக் கொண்டு முன்னர் வரைந்த வில்லை S இல் வெட்டக்கூடியதாக வில் ஒன்று வரைக.



4. PS ஐ இணைக்க



5. நீர் அமைத்துள்ளது 60^0 கோணமாகும்.



கோணத்தை அமைப்பதன் மூலம் அது சரியாக 60^0 உள்ளதா என உறுதிப்படுத்துக.

30^0 கோணம்

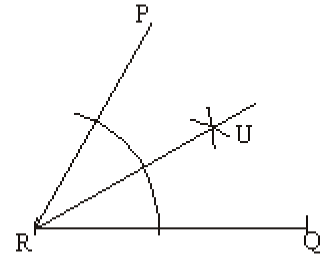
இப்போது 60^0 கோணம் அமைக்கும் ஆற்றலை பெற்றுள்ளீர்கள். 30^0 என்பது 60^0 இன் சரி அரைவாசியாகும். ஆகவே 60^0 கோணத்தை இருகூறாக்கும் போது 30^0 கிடைக்கும்.

$P\hat{R}Q = 60^0$ ஆகுமாறு கோணம் $P\hat{R}Q$ ஐ அமைக்க.

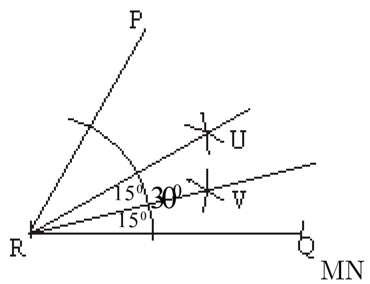
கோணம் $P\hat{R}Q$ ஐ இருகூறாக்குக.

$P\hat{R}Q$ இன் இருகூறாக்கி RU ஆகும்.

$\therefore U\hat{R}Q = 30^0$ ஆகும்.



30^0 கோணத்தை இருகூறாக்கும் போது 15^0 கிடைக்கும்.



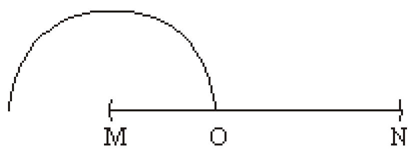
$Q\hat{R}V = U\hat{R}V = 15^0$

90^0 கோணம் அமைத்தல்

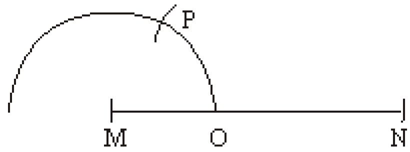
60^0 , 30^0 கோணங்களை எவ்வாறு அமைப்பது என்பது பற்றி அறிந்துள்ளீர்கள். இவ்விரு கோணங்களை கூட்ட வருவது 90^0 ஆகும். இம்முடிவைப் பயன்படுத்தி 90^0 ஐ அமைப்போம்.

(i) நேர்கோடு ஐ வரைக.

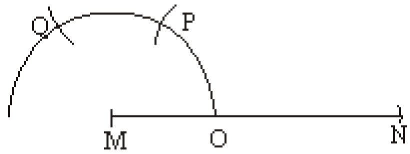
(ii) விரும்பிய ஆரையைக்கொண்டு Mஐ மையமாகவும் MN ஐ O வில் வெட்டக் கூடியதாகவும் வில் ஒன்றை அமைக்க.



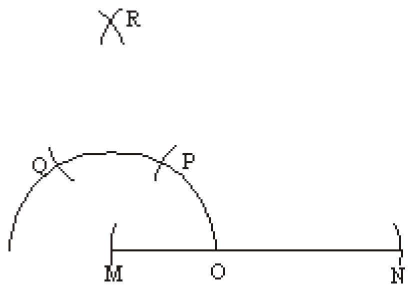
(iii) ஆரையை மாற்றாமல் Oவை மையமாகக் கொண்டு முன்னர் வரைந்த வில்லை O இல் வெட்டக் கூடியதாக மற்றுமொரு வில் வரைக.



(iv) அதே ஆரையைக் கொண்டு P ஐ மைய மாகவும் முன்னர் வரைந்த வில்லை Q வில் வெட்டக்கூடியதாகவும் மற்றுமொரு வில் Q ஐ வரைக.

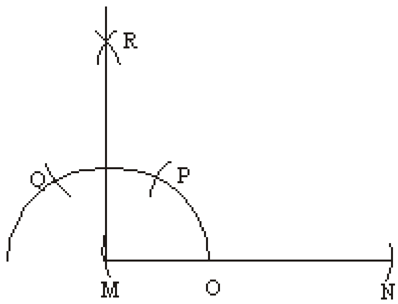


(v) அதே ஆரையை அல்லது அதை விட கூடிய ஆரையைக் கொண்டு P, Q என் பவற்றை மையங்களாகக் கொண்டும் வரையும் விற்கள் சந்திக்கும் புள்ளி R எனப் பெயரிடுக.



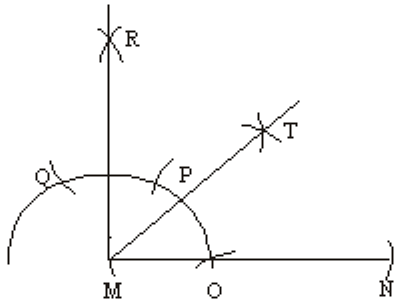
(vi) RM ஐ இணைக்க.

(vii) நீங்கள் 90^0 ஐ அமைத்துள்ளீர்கள்.



45^0 கோணம் அமைத்தல்

90^0 (செங்கோணம்) ஐ இரு சமகூறாக்கும் போது 45^0 கிடைக்கும்.



$T\hat{M}N = 45^0$

9.6 பயிற்சி

1. (a) நேர்கோடு AB இல் புள்ளி A இல் 60^0 கோணத்தை அமைக்க.
   (b) அக்கோணத்தை BAC எனப் பெயரிடுக.

2. (a) 120^0 கோணத்தை அமைத்து அதனை PQR எனப் பெயரிடுக.

3. (a) 30^0 கோணத்தை அமைத்து அதனை XYZ எனப் பெயரிடுக.

4. (a) (i) 45^0 (ii) 15^0 (iii) 75^0 என்பவற்றை அமைக்க
   (b) 150^0 ஐ அமைக்க.

5. $RS = 5cm$, $S\hat{P}R = 60^0$, $PR = 4.5\ cm$ ஆகவுள்ள $\triangle S\hat{P}R$ ஐ அமைக்க.

6. கீழே தரப்பட்டுள்ள கோணங்களை அமைப்பதன் மூலம் 105^0 ஐ அமைக்க.
   i. 60^0, 45^0 ii. 90^0, 15^0

9.7 முக்கோணிகளை அமைத்தல்

மூன்று சந்தர்ப்பங்களில் முக்கோணம் ஒன்றை அமைக்கலாம்.

(i) இரு பக்கங்களின் நீளங்களதும் அவற்றுக்கிடைப்பட்ட அடைகோணமும் தரப்பட்டுள்ள போது

(ii) இரு கோணங்களதும் ஒரு பக்க நீளமும் தரப்பட்டுள்ள போது

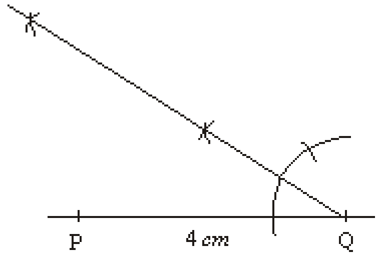
(iii) மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களும் தரப்பட்டுள்ள போது

இரு பக்கங்களின் நீளங்களதும் அவற்றிற்கிடைப்பட்ட அடைகோணமும் தரப்படும் போது முக்கோணம் அமைத்தல்.

$PQ = 4cm$, $QR = 5.5$, $P\hat{Q}R = 30^0$ ஆகவுமுள்ள முக்கோணி PQR ஐ அமைப்போம்.

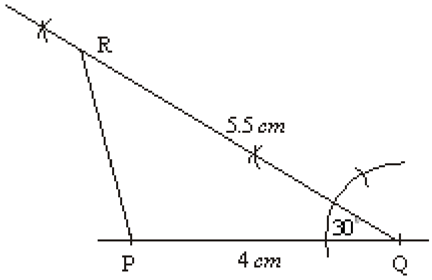
(i) அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி 4cm நீளமுள்ள கோட்டுத்துண்டம் PQ ஐ வரைக.

(ii) புள்ளி Q இல் 30^0 ஐ அமைகக.



(iii) மையம் Q ஆகவும் QR = 5.5*cm* ஆகவும் உள்ள புள்ளி R ஐ Q உடன் இணைக்கு மாறு புள்ளி R ஐ குறிக்க.

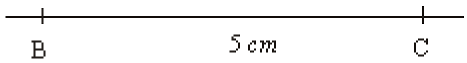
இவ்வாறு முக்கோணி PQR பெறப்படும்.



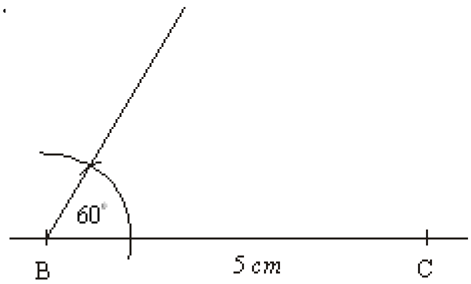
* இரண்டு கோணமும் ஒருபக்க நீளமும் தரப்படும் போது முக்கோணம் அமைத்தல்.

$A\hat{B}C = 60^0$, $B\hat{C}A = 30^0$, பக்கம் $BC = 5cm$ ஆகவுமுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைப்போம்.

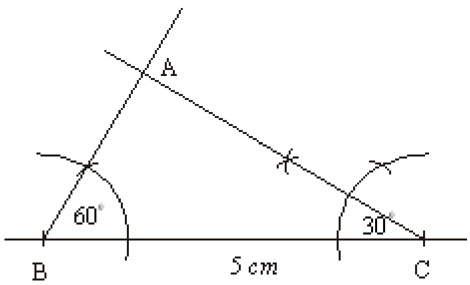
(i) 5*cm* நீளமுள்ள கோட்டுத் துண்டம் BC ஐ அமைக்க.



(ii) புள்ளி B இல் $A\hat{B}C = 60^0$ ஐ அமைக்க.



(iii) புள்ளி C இல் $B\hat{C}A = 30^0$ ஐ அமைக்க.



(iv) B இல் 60^0 அமைக்கும் போது உருவாகும் கோடும் C இல் 30^0 அமைக்கும் போது உருவாகும் கோடும் சந்திக்கும் புள்ளி A எனப் பெயரிடுக.

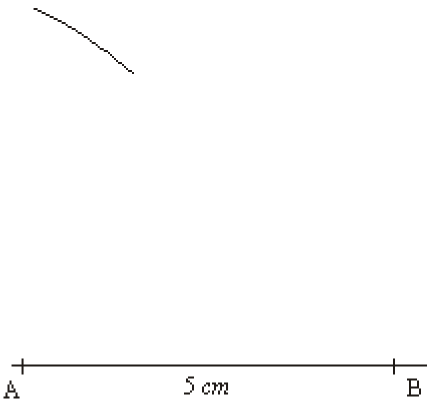
(v) இரண்டு கோணங்களும், ஒரு பக்கமும் தரப்படும் போது மேலே செய்யப்பட்ட முறையில் முக்கோணி ABC ஐ அமைக்கலாம்.

* முக்கோணி ஒன்றின் மூன்று பக்கங்களில் நீளங்கள் தரப்படும் போது முக்கோணி ஒன்றை அமைத்தல்.

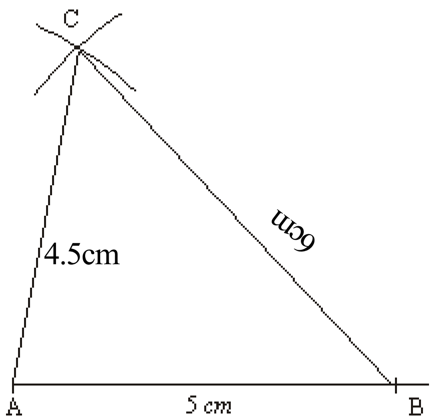
$AB = 5cm$, $BC = 6cm$, $CA = 4.5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைப்போம்.

(i) நேர்கோடொன்றை வரைந்து அதில் $AB = 5cm$ நீளமுள்ள கோட்டுத்துண்டம் ஐ அமைக்க.

(ii) A ஐ மையமாகக் கொண்டு $4.5cm$ தூரத்தில் AB இற்கு வெளியே வில் ஒன்றை வரைக.



(iii) B ஐ மையமாகக் கொண்டு $6cm$ தூரத்தில் முன்னர் வரைந்த வில்லை C இல் வெட்டக்கூடியதாக வில் ஒன்றை வரைக.



(iv) AC ஐயும் BC ஐயும் இணைக்க.

இதன்படி ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களில் நீளங்கள் தரப்படின் முக்கோணம் ஒன்றை அமைக்கலாம்.

9.7 பயிற்சி

(1) தரவுகளுக்கு ஏற்ப கீழுள்ள முக்கோணிகளை அமைக்க.

i. $LM = 6.5cm$, $MN = 5.5cm$, $NL = 5cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி LMN ஐ அமைக்க

ii. $PQ = 4.5cm$, $RS = 6cm$, $SP = 5cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க

(2) தரவுகளுக்கு ஏற்ப கீழுள்ள முக்கோணிகளை அமைக்க.

i. $ST = 5.3cm$, $S\hat{T}V = 60^0$, $TV = 6cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி STV ஐ அமைக்க

ii. $XY = 7cm$, $XYN = 30^0$, $XY = 5.4cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி XYZஐ அமைக்க

(3) பின்வரும் தரவுகளுக்கு ஏற்ப முக்கோணிகளை அமைக்க.

i. $J\hat{K}L = 90^0$, $KL = 5cm$, $K\hat{L}M = 45^0$ எனின் முக்கோணி XPS ஐ அமைக்க

ii. $V\hat{P}S = 75^0$, $PS = 6.3$ cm, $P\hat{S}V = 30^0$ ஆகுமாறு முக்கோணி VPSஐ அமைக்க

(4) $MN = 4.8cm$, $M\hat{N}O = 75^0$, $NO = 6.6cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி MNO ஐ அமைக்க.

(5) $PQ= 5.8cm$, $O\hat{P}Q = 45^0$, $P\hat{R}O = 30^0$ ஆகுமாறு முக்கோணி PQO ஐ அமைக்க

பலவினப் பயிற்சிகள்

(1) $AB = 5cm, BC = 4cm, AC = 3.5cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

(2) $RS = 4.5cm, ST = 4cm$, $R\hat{S}T = 75^0$ ஆகுமாறு முக்கோணி RST ஐ அமைக்க.

(3) $LM = 3.5cm$, $L\hat{M}N = 60^0$, $M\hat{L}N = 45^0$ ஆகுமாறு முக்கோணி LMN ஐ அமைக்க.

(4) $OP = 6.4cm$ உம், அதன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்து OPஐ R இல் வெட்டுகின்றது. $RS = 3.7cm$ ஆகுமாறும் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தில் S இருக்குமாறும் முக்கோணி OPS ஐ அமைக்க.

(5) $AB = 5.5cm$, $A\hat{B}C = 90^0$, $AC = 6.5$ ஆகுமாறு முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

(6) $P\hat{Q}R = 75^0$, $PQ = 6.4cm$, $QR = 7cm$ உம் ஆகுமாறு முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.

(7) MNO செங்கோண முக்கோணியாகும். MO = MN = 4.5 cm உம் ஆகும். முக்கோணி MNO ஐ அமைக்க.

(8) $DE = 4.5cm$ $D\hat{E}F = 105^0$, $EF = 6cm$ ஆகுமாறு முக்கோணி DEF ஐ வரைக. E இலிருந்து பக்கம் DF இற்கு செங்குத்து ஒன்றை வரைக. அச்செங்குத்தின் நீளத்தை அளந்தெழுதுக.

(9) 5cm பக்க நீளமுள்ள XYZ என்னும் சமபக்க முக்கோணியை அமைக்க. Y இலிருந்து பக்கம் XZ இற்குச் செங்குத்து ஒன்றை வரைந்து. அதன் நீளத்தை அளந்தெழுதுக.

(10) முக்கோணி RST இன் சுற்றளவு 15.3 cm ஆகும். அதன் பக்கங்களுக்கிடையே யான விகிதம் $2:3:4$ ஆகும். RST இன் நீண்ட பக்கம் RS உம் மிகவும் குறுகிய பக்கம் RT உம் ஆகும். முக்கோணி RST ஐ அமைக்க.

10. அடிப்படை ஒழுக்குகள்

பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

- அடிப்படை ஒழுக்குகளை அறிதல்
- நான்கு அடிப்படை ஒழுக்குகளை அமைத்தல்

ஆகிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

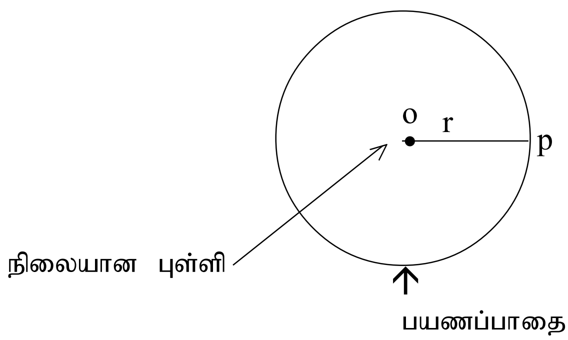
ஒழுக்கு

யாதேனும் கேத்திரகணித விதிகளுக்கமைய அசையும் புள்ளியின் பயணப்பாதை ஒழுக்கு எனப்படும்.

நிலத்தில் நடப்பட்டுள்ள கம்பம் ஒன்றிலிருந்து 3m தூரத்தில் பயணம் செய்யும் சிறுவனின் பயணப் பாதை ஒழுக்கு என அழைக்கப்படும்.

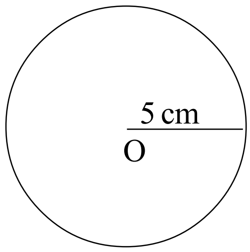
10.1 நிலையான ஒரு புள்ளியிலிருந்து மாறா தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு

நிலையான புள்ளி "O" இலிருந்து r தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு Oஐ மையமாகவும் r ஐ ஆரையாகவும் உடைய வட்டமாகும்.



உதாரணம்

மையம் "O" ஆகவும் ஆரை 5cm ஆகவும் உடைய வட்டமொன்றை அமைப்போம்.



- புள்ளி "O" வை குறியுங்கள்.
- கவராயத்தின் ஊசி முனைக்கும் பென்சிலின் முனைக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 5 cm ஆக இருக்குமாறு கவராயத்தை சீர் செய்யுங்கள். "O"வை குறியுங்கள்.
- கவராயத்தின் ஊசிமுனையை புள்ளி "O" மீது வைத்து வட்டத்தை வரையுங்கள்.

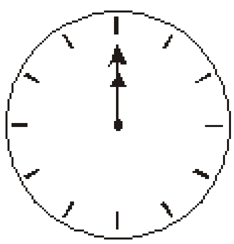
10.1 பயிற்சி

1. ராமுவின் வீட்டிலிருந்து பாடசாலைக்கு உள்ள தூரம் $\frac{1}{2}$ km ஆகும். அவன் வீட்டிலிருந்து அவன் பாடசாலைக்கு நடந்து வரும் பயணப்பாதை ஒழுக்காகுமா? காரணம் தருக.

2. யாதாயினும் ஒரு பொருளின் பயணப்பாதைக்கும், ஒழுக்குக்கும் இடையில் காணப்படும் வேறுபாடு யாது?

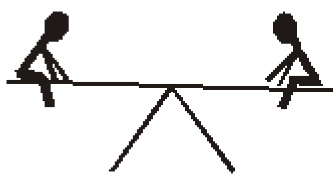
3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் பயணப்பாதையை மாதிரி உருக்கள் மூலம் காட்டுங்கள்.

i.



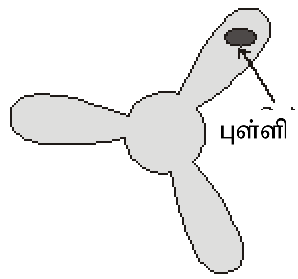
மணிக்கூட்டு முள்ளின் உச்சியின் பயணப்பாதை

ii.



ஆடுபலகையில் அமர்ந்திருக்கும் சிறுவர்களின் பயணப்பாதை

iii.



மின்விசிறியின் சிறகிலுள்ள புள்ளியின் பயணப்பாதை

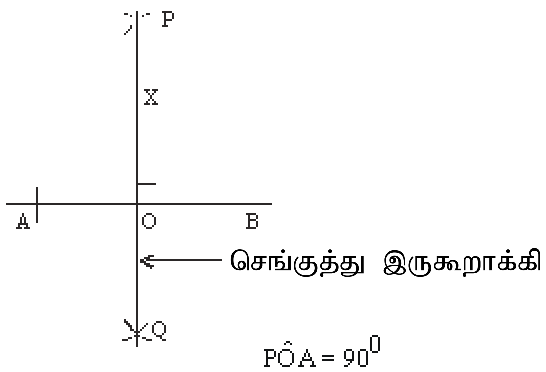
iv. நிலைக்குத்தாக மேலே எறியப்பட்ட கல்லின்பயணப்பாதை
v. நிலைக்குத்திலிருந்து சாய்வாக வீசப்பட்ட பந்தின் பயணப்பாதை
vi. ஊர்வலத்தின் போது சுழற்றப்படும் தீப்பந்தின் பயணப்பாதை

4. நிலையான புள்ளி “O” இல் இருந்து 3.5cm தூரத்தில் அமையும் புள்ளி P ஆயின்
   i. புள்ளி P இன் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
   ii. அவ்வொழுக்கின் மீது யாதேனும் மூன்று புள்ளிகளை அயைாளமிட்டு அவற்றுக்கு A, B, C என பெயரிடுங்கள்.
   iii. OA, OB, OC ஆகியவற்றின் தூரங்களை அளந்து எழுதுங்கள்.

5. P, Q என்பன 8m தூரத்தில் அமைந்துள்ள இரு பூச்செடிகளாகும். P யிலிருந்து 5m தூரத்திலும் Q யிலிருந்து 4m தூரத்திலும் நீர்க்குழாய் ஒன்று பொருத்த வேண்டுமாயின் 1m= 1cm என்ற அளவிடையைப் பயன்படுததி நீர்க்குழாய் பொருத்த வேண்டிய இடத்தை ஒழுக்குகள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி காண்க.

10.2 நிலையான இரு புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்தில் அமையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு

நிலையான புள்ளிகள் A, B என்பனவற்றிலிந்து சம தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கானது நேர்கோடு ABயின் செங்குத்து இருகூறாக்கி



$P\hat{O}A = 90^0$

$AO = OB$ ஆகும்

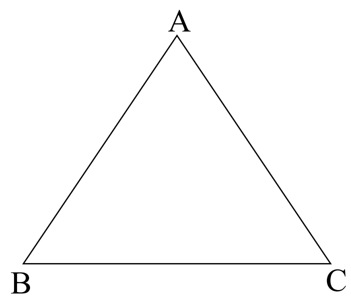
செங்குத்து இருகூறாக்கியின் மீதுள்ள எந்தவொரு புள்ளியிலிருந்தும் A,B எனும் புள்ளிகளுக்குள்ள தூரம் சமமாக இருக்கும். XA = XB ஆகும்.

10.2 பயிற்சி

1. A,B என்பன 6.5 cm தூரத்தில் அமைந்துள்ள இரு புள்ளிகளாகும். A,B எனும் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.

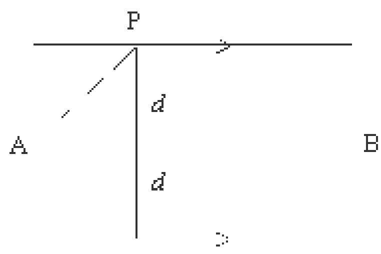
2. தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டத்தின் நடுப்புள்ளியைக் காண்பதற்கு அளவு கோலைப் பயன்படுத்தி ஒரு முனையிலிருந்து அளப்பதன் மூலம் பெறமுடியும் என ஏன் கூறுகின்றான்.
தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டத்தின் செங்குத்து இருகூறாக்கியை வரைவதன் மூலம் பெறமுடியும் என மதுர்சன் கூறினான். இவர்கள் இருவரினதும் கூற்றுக்கள் தொடர்பாக உமது கருத்தைக் கூறுக.

3. ABC ஓர் முக்கோணியாகும்.
   (i). A, B எனும் புள்ளிகளுக்குச் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.
   (ii). B, C என்பனவற்றுக்குச் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.
   (iii). இரண்டு ஒழுக்குகளும் வெட்டும் புள்ளி பற்றி யாது கூறலாம்?



10.3 நிலையான நேர்கோட்டிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு

A B என்னும் நேர்கோட்டிலிருந்து மாறாத்தூரம் d யில் அசையும் புள்ளி p இன் ஒழுக்கானது AB இற்கு சமாந்தரமாக d தூரத்தில் வரையப்பட்ட இரு சமாந்தரமான நேர்கோடுகளாகும்.

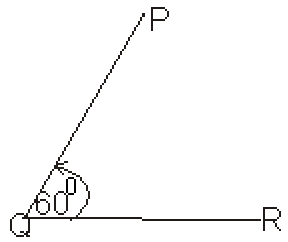


AP ஐ இணையுங்கள்.

$B\hat{A}P$ இற்கு சமனான கோணமொன்றை P இல் பிரதி செய்யுங்கள்.
A B இற்கு d தூரத்தில் மேல் பக்கமும், கீழ் பக்கமுமாக இரு ஒழுக்குகள் உண்டு என தெளிவுபடுத்துங்கள்.

10.3 பயிற்சி

1. AB எனும் நேர்கோடொன்றை வரையுங்கள். அதிலிருந்து 4 cm தூரத்தில் பயணம் செய்யும் புள்ளியின் ஒழுங்கை வரையுங்கள்.

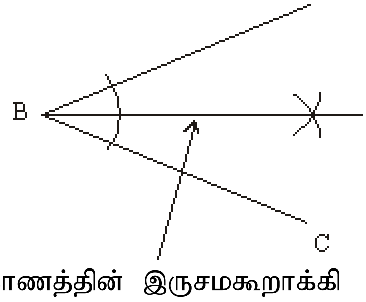


2. (i) $P\hat{Q}R = 60^0$ ஆகுமாறு கோணம் PQR ஐ வரையுங்கள்.
   (ii) நேர்கோடு PQ இல் இருந்து 3cm தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.
   (iii) நேர்கோடு QR இல் இருந்து 3cm தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.
   (iii) மேலே குறிப்பிடப்பட்ட ஒழுக்குகள் இரண்டினதும் பொதுப் புள்ளிக்கு S எனப் பெயரிடுக.
   (iv) QS இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.

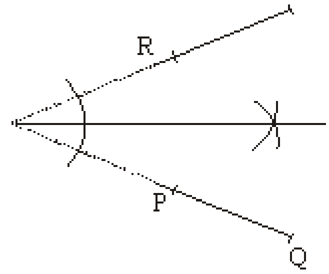
3. AB, CD எனும் நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று O இல் வெட்டுகின்றன. OE=2cm ஆகுமாறு நேர்கோடு OA மீது புள்ளி E அமைந்துள்ளது. E இல் இருந்து 4cm தூரத்திலும் AB, CD எனும் நேர்கோடுகளிலிருந்து சமதூரத்திலும் உள்ள புள்ளிகளைக் காணுங்கள். இவ்வாறான புள்ளிகள் எத்தனை உள்ளன அவற்றுக்கு ஆங்கில எழுத்துக்களால் பெயரிடுங்கள்.

10.4 ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் நேர்கோடுகள் இரண்டிலிருந்து சமதூரத்தில் அமையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு

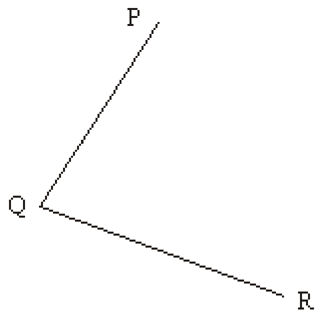
ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் நேர்கோடுகள் இரண்டிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கானது அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளியில் அமையும் கோணத்தின் இருசமகூறாக்கியாகும்.



கோணத்தின் இருசமகூறாக்கி



10.4 பயிற்சி



1. (i). தரப்பட்டுள்ளவாறு $P\hat{Q}R$ ஐ வரையுங்கள்.
   (ii). PQ, QR என்பவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைப்பின் மூலம் பெற்றுக்கொள்ளுங்கள்.
   (iii). PQ இல் இருந்து 3cm தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைக்க.

2. (i). நீர் விரும்பிய முக்கோணியொன்றை வரைந்து கொள்ளுங்கள்.
   (ii). நீங்கள் வரைந்த முக்கோணியிலுள்ள கோணங்கள் மூன்றினதும் இருசமகூறாக்கியை வரையுங்கள்.
   (iii). நீங்கள் வரைந்த இருசமகூறாக்கிகள் தொடர்பாக விசேட பண்பொன்றை கூறுக.

3. 

AB, AC என்பன மரக்கறிப் பாத்தியின் எல்லைகளாகும். எல்லைகளிலிருந்து சமதூரத்தில் கன்றுகளை நடுவதற்கு தேவை ஏற்படின் கன்றுகள் நடக்கூடிய இடத்தை ஒழுக்குகள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

அடிப்படை ஒழுக்குகள்

கூட்டுப் பயிற்சிகள்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூற்றுக்களினதும் இறுதியில் அடைப்பினுள் தரப்பட்டுள்ளவற்றில் பொருத்தமற்ற சொல்லை வெட்டிவிடுக.

   (i). கதவு ஒன்றைத் திறக்கும் போது திறப்பு துவாரத்தின் பயணப்பாதை (வட்டமாகும் / வட்டவில்லாகும்)

   (ii). 8cm இடைத்தூரத்திலுள்ள A, B எனும் இரு புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு AB எனும் நேர்கோட்டின் (சமாந்தர நேர்கோடு / செங்குத்து இருகூறாக்கி)

   (iii). 4m நீளமான கயிற்றினால் பிணைக்கப்பட்டுள்ள பசு கயிறு தொய்யாத நிலையில் அசையுமாயின் பசுவின் ஒழுக்கு (வட்டம் / வட்டவில்)

   (iv). உங்கள் பயிற்சிக் கொப்பியிலுள்ள சிவப்புக் கோட்டிலிருந்து 5cm தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு சிவப்புக் கோட்டிற்கு (சமாந்தரமாகும்/ செங்குத்தாகும்)

   (v). வகுப்பறையில் உள்ள ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் இரு சுவர்களிலிருந்து சமதூரத்தில் பயணிக்கும் பிள்ளையின் ஒழுக்கு (சுவர்கள் இரண்டினாலும் அமையும் கோணத்தின் இருசமகூறாக்கி / ஒவ்வொரு சுவருக்கும் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட நேர்கோடு)

   (vi). செவ்வக வடிவான கடதாசியின் ஒரு உச்சியிலிருந்து 6cm தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு (நேர்கோடு / வட்டம்)

2. AB எனும் இரு வானொலி நிலையங்கள் 30km இடைத் தூரத்தில் அமைந் துள்ளன. A நிலையத்தின் ஒலி அலைப் பிரதேச எல்லை 20km ஆகும். இவ்விரு நிலையங்களிலிருந்தும் ஒலிபரப்பாகும் நிகழ்ச்சிகளை தெளிவாக கேட்கக்கூடிய பிரதேசத்தை காண்பதற்கு ஒழுக்கு பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி $5\text{km} = 1\text{cm}$ என்ற அளவிடைக்கமைய மாதிரி உருவை வரைந்து தெளிவாகக் கேட்கும் பிரதேசத்தை நிழற்றிக்காட்டுக.

3. $PQ = 3\text{cm}, QR = 4\text{ cm}., P\hat{Q}R = 90^0$ ஆகுமாறு முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க

   (i). P, Q என்பனவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.

   (ii). Q, R என்பனவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரைக.

   (iii). மேலே வரைந்த ஒழுக்குகள் இரண்டும் சந்திக்கும் புள்ளியை X எனப் பெயரிடுக.

   (iv). X ஐ மையமாகவும் XP ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தை வரைக.

4. முக்கோண வடிவிலான காணியொன்றின் நீளங்கள் முறையே 10m, 8m, 6m ஆகும். மூன்று பக்கங்களிலிருந்தும் சமதூரத்தில் ஒரு கம்பம் நடவேண்டுமாயின் அவ்விடத்தை தெரிவு செய்வதற்காக ஒழுக்குகள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
(1m = 1cm என்ற அளவிற்கமைய வரைக)

5. ஒரு காணியின் B என்ற எல்லையிலிருந்து கிழக்குப் பக்கமாக 80m தூரத்தில் M எனும் இடத்தில் மரம் ஒன்று உள்ளது. இவ்விரண்டு எல்லைகளுக்கும் சமதூரத்தில் புதையல் ஒன்று உள்ளதாக காணியின் உரிமையாளர் கூறுகின்றார். அதனைப் பெற்றுக்கொள்வதற்காக புதையல் உள்ள இடத்தை தெரிவு செய்ய ஒழுக்குகள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி 10m → 1 cm என்ற அளவிடைக்கமைய உருவை வரையுங்கள்.

11. வட்டம்

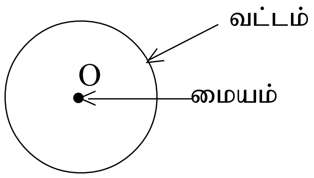
பின்வரும் விடயங்களைக் கற்பதன் மூலம்,

- வட்டத்தை அறிந்து கொள்ளல்.
- வட்டமொன்றின் மையம், நாண், விட்டம், ஆரை ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்ளல்.
- வட்டமொன்றின் நாண், வெட்டி, தொடலி, விட்டம் என்பனவற்றுக்கிடையில் உள்ள வேறுபாடுகள்
- வட்டவில், வட்டத்துண்டம், ஆரைச்சிறை ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்ளல்.
- வட்டக் கோணங்களை உருவாக்குதல்

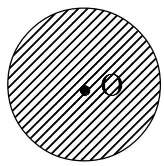
ஆகிய ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

11.1 வட்டமும் அதன் பகுதிகளும்

நிலையான ஒரு புள்ளியில் இருந்து மாறாதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு வட்டம் எனப்படும்.



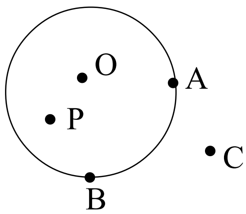
உரு - i



உரு - ii

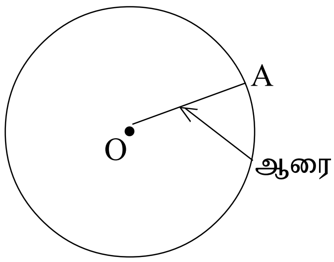
நிலையான புள்ளி அவ்வட்டத்தின் மையம் எனப்படும் உரு - i இல் வட்டத்தின் மையம் “O” ஆகும். உரு - ii இல் காணப்படுவது ஒருவட்ட அடர் ஆகும்.

உரு - iii இல் எமது கவனத்தை செலுத்துவோம்.



- வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகள் A, B ஆகும்.
- வட்டத்தினுள் உள்ள புள்ளி P ஆகும்.
- வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளி C ஆகும்.

ஆரை



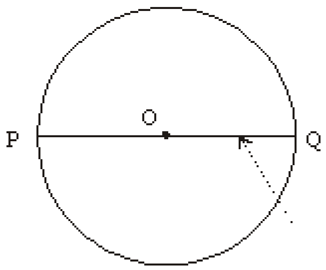
உரு - V

மையத்திலிருந்து வட்டத்திற்குள்ள தூரம் ஆரை எனப்படும். உருவில் OA ஆரையாகும்.

விட்டத்தின் அரைப்பகுதி ஆரையாகும்.

ஒரு வட்டத்தின் முழு சுற்றளவு பரிதி என அழைக்கப்படும். பரிதி என்பது ஒரு நீள அளவீடாகும்.

விட்டம்

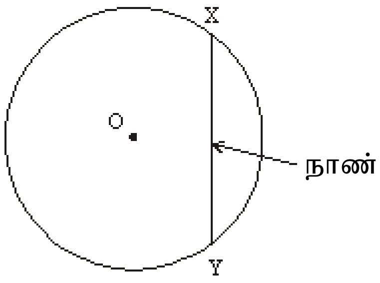


வட்டத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் போது அந்நேர்கோடு மையத்தினூடாகச் செல்லு மாயின் அந்நேர்கோடு விட்டம் என அழைக்கப் படும்.

உருவில் PQ என்பது விட்டமாகும்.

நாண்

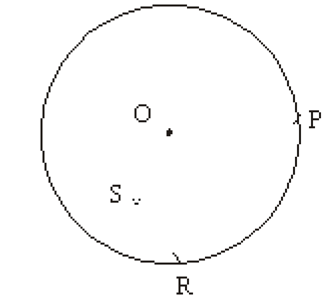
வட்டத்தின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு நாண் ஆகும்.



O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் நாண் XY ஆகும்.

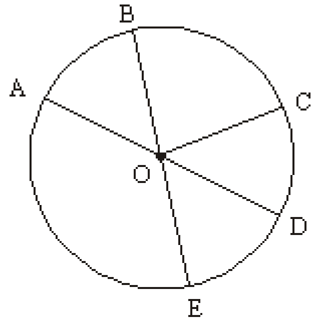
11.1 பயிற்சி

1.



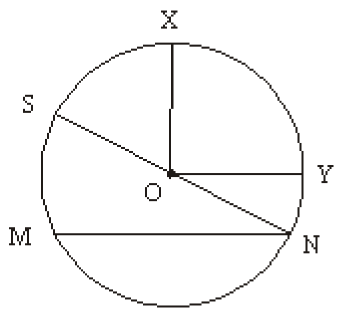
i. வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகளை எழுதுங்கள்.
ii. வட்டத்தினுள் உள்ள புள்ளிகளை எழுதுங்கள்.

2.



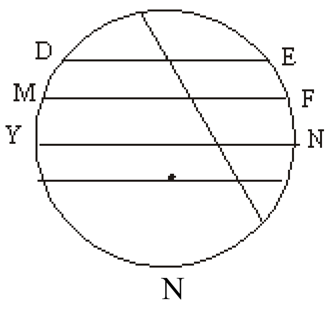
“O” வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் AOD, BOE என்பன நேர்கோடுகளாகும். இங்கு விட்டங்களாகக் காணப்படும் நேர்கோடுகளைப் பெயரிடுங்கள்.

3.



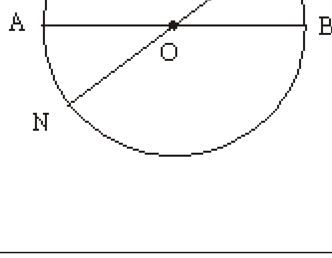
“O” வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் காணப்படும் ஆரைகளைப் பெயரிடுக.

4. உருவில் காணப்படும் நாண்களைப் பெயரிடுங்கள்.

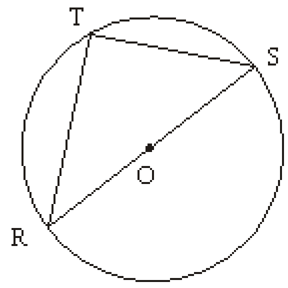


5. உருவில் AB, MN என்பன விட்டங்களாகும்.

i. வட்டத்தின் மையத்தைப் பெயரிடுக.
ii. ஆரைகளைப் பெயரிடுக.
iii. வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகளைப் பெயரிடுக

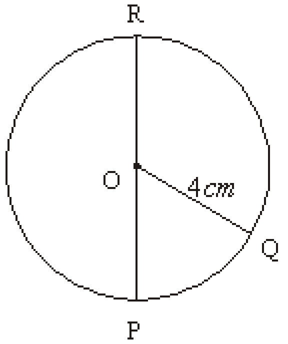


6. உருவில் “O” வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில்



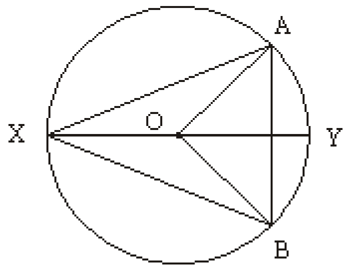
ROS என்பது ஒரு நேர் கோடாகும் அதன் நீளம் 10 cm ஆகும்.
i. இவ்வட்டத்தின் விட்டமொன்றைப் பெயரிடுங்கள்.
ii. வட்டத்தின் சுற்றளவு யாது?
iii. OS வட்டத்தின் எப்பகுதியாகும்
iv. ஆரையின் நீளம் யாது?
v. OR இன் நீளம் யாது?
vi. விட்டம் ஆரையைப் போன்று எத்தனை மடங்கு

7.



O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் ROP ஒரு நேர் கோடாகும்
i. ஆரையின் நீளம் யாது?
ii. விட்டத்தின் நீளம் யாது?
iii. OQ, OR என்பவற்றுக்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பு யாது?
iv. OP இன் நீளம் யாது?
vi. PR இன் நீளம் யாது?

8.

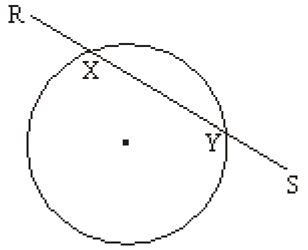


O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் XOY ஒரு நேர் கோடாகும்
i. வட்டத்தை இரு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும் நேர்கோட்டின் பெயர் யாது?
ii. மையத்தினூடாகச் செல்லும் நாண் இருக்குமாயின் அதனைப் பெயரிடுக. அதன் விசேட பெயர் என்ன
iii. மையத்திலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப் பட்டுள்ள நேர்கோடுகள் இருப்பின் அவற்றைப் பெயரிடுங்கள்.
iv. இங்கு நாண்கள் காணப்படின் அவற்றைப் பெயரிடுங்கள்.
vi. இங்கு காணப்படும் மிகக் கூடிய நீளமான நாணைப் பெயரிடுங்கள்.

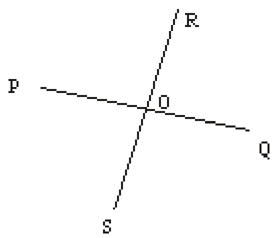
11.2 வட்டத்துடன் தொடர்புடைய நேர்கோட்டுத்துண்டங்கள்

வெட்டி

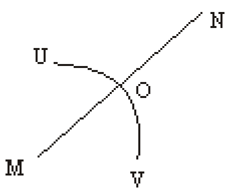
வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்தை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுமாறு வரையப்படும் நேர்கோடு வெட்டியாகும்.



உருக்களில் RS ஒரு வெட்டியாகும். இவ் வெட்டி வட்டத்தை X, Y இல் வெட்டு கின்றன.



உரு - i இல் இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று O இல் வெட்டுகின்றன.

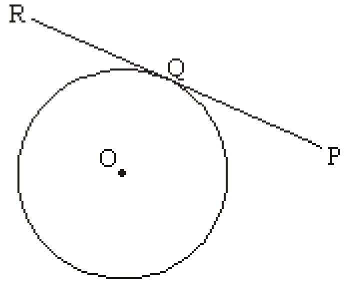


உரு - ii இல் வரைந்த கோட்டை நேர் கோடு வெட்டிச் செல்கின்றது.

இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களை நாம் கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் சந்தர்ப்பம் எனக் கூறுவோம்.

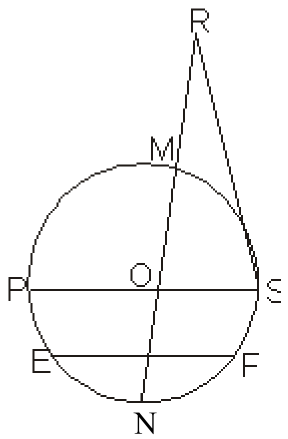
தொடலி

வெளிப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து வரையப்படும் நேர்கோடு வட்டத்தை ஒரு புள்ளியில் தொடுமாயின் அந்நேர்கோடு தொடலி என அழைக்கப்படும்.



PQR எனும் நேர்கோடு O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தை Q இல் மாத்திரம் தொட்டுச் செல்கின்றது.

உதாரணம் - 1

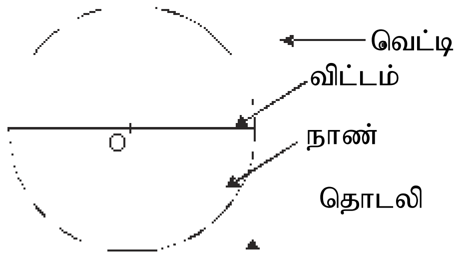


தரப்பட்டுள்ள உரு O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டமாகும். இங்கு காணப்படும் கோடுகளை வகைப்படுத்துங்கள்.

PS → t pl| k;
EF → ehz ;
RS → nj hl y|
RMN → nt l |b

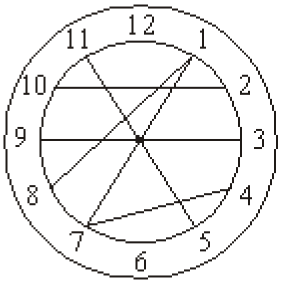
11.2 பயிற்சி

1.



O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் வரையப்பட்டுள்ள கோடுகளான வெட்டி, விட்டம், நாண், தொடலி ஆகியவற்றை சொற்களில் விபரிக்குக.

2.

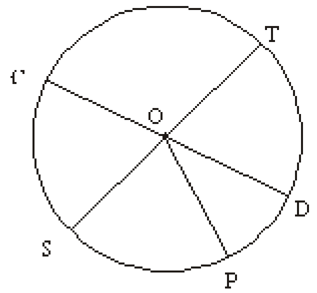


மணிக்கூட்டு முகத்திலுள்ள எண்களை இணைப்புகளால் பெறப்படும் நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் சில உருவில் தரப்பட்டுள்ளன.

நாண்களையும் விட்டங்களையும் இலக்கங்களுடன் தொடர்புபடுத்தி குறித்துக் காட்டுங்கள்.

10 - 2 → ....
9 - 3 → ....
.... → ....
.... → ....
.... → ....
.... → ....

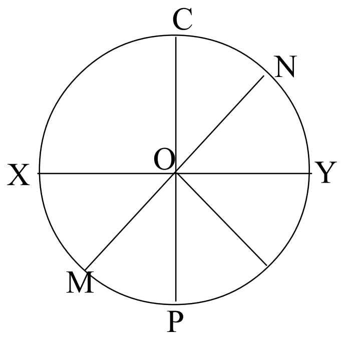
3.



O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் காணப்படும் ஆரைகளையும் விட்டங்களையும் பெயரிடுங்கள்.

CD ⟶ ....
ST ⟶ ....
OP ⟶ ....
OC ⟶ ....
OS ⟶ ....

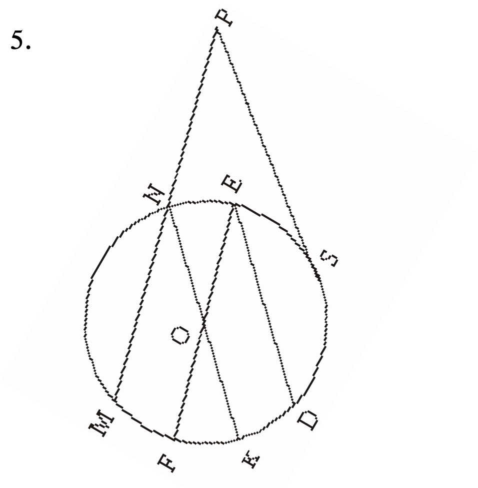
4.



O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் சில நேர்கோடுகள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றில் சமனான நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை பெயரிட்டு அவற்றுக்கான காரணங்களையும் எழுதுங்கள்.

OX = ... = ... (...............)
OP = ... = ... (...............)
MN = ... = ... (...............)

5.



இவ் உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டுத் துண்டங்களின் கேத்திரகணிதப் பெயர்களை எழுதுங்கள். இங்கு “O” மையமாகும்.

PM ⟶ ....
DE ⟶ ....
KN ⟶ ....
MN ⟶ ....
PS ⟶ ....
EF ⟶ ....

6. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்கள் சரியாயின் (√) குறியையும், பிழையாயின் (×) என்ற குறியையும் கூற்றின் இறுதியில் இடுக.

(1) வட்டத்தின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு நாண் ஆகும். (..................)

(2) வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் நேர்கோடு வட்டத்தை ஒரு புள்ளியில் மட்டும் சந்திக்குமாயின் அந்நேர்கோடு தொடலியாகும். (..................)

(3) விட்டம் என்பது வட்டத்தின் மையப்புள்ளியினூடாகச் செல்லும் நாண் ஆகும். (..................)

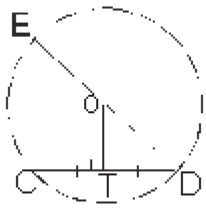
(4) வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் நேர்கோடு வட்டத்தை இரு புள்ளியில் வெட்டுமாயின் அந்நேர்கோடு வெட்டியாகும். (..................)

(5) வட்டத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு நாண் ஆகும். (..................)

(6) வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் நேர்கோடு வட்டத்தை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுமாயின் அந்நேர்கோடு விட்டம் எனப்படும். (..................)

(7) வட்டத்தின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு மையத்தினூடாகச் செல்லுமாயின் அந்நேர்கோடு விட்டம் எனப்படும். (..................)

7.



தரப்பட்ட உருவானது “O” வை மையமாகவும் ஆரை 10cm ஆகவும் உடைய வட்டத்தில் CD இன் நீளம் 8cm ஆகும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டுத் துண்டங்களின் நீளங் களைக் காணுங்கள். காரணத்தையும் குறிப்பிடுங்கள்.

i. TC = ...(...............)

ii. TD = ...(...............)

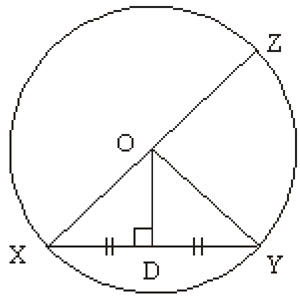
iii. OC = ...(...............)

iv. OD = ...(...............)

v. OE = ...(...............)

vi. DE = ...(...............)

8.



"O" மையமாகவுடைய வட்டத்தில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளைக் கொண்டு கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடர்புகளுக்கான வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

i. XD = ...

ii. OX = ...

iii. OY = ...

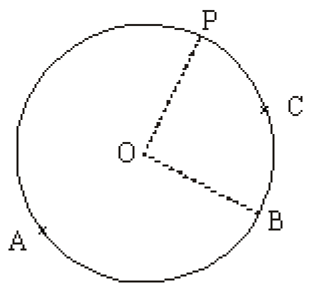
iv. XZ = 2 × ....

v. XY = 2 ....

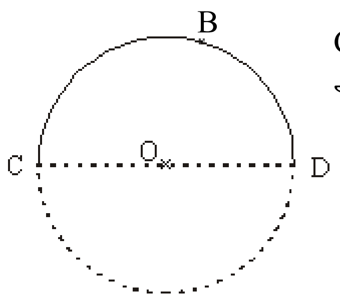
113 வட்டவில்

வட்டத்தின் ஒரு பகுதி வில் ஆகும். வில்லின் நீளமானது அவ்வில் மையத்துடன் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் பருமனில் தங்கியுள்ளது.

×

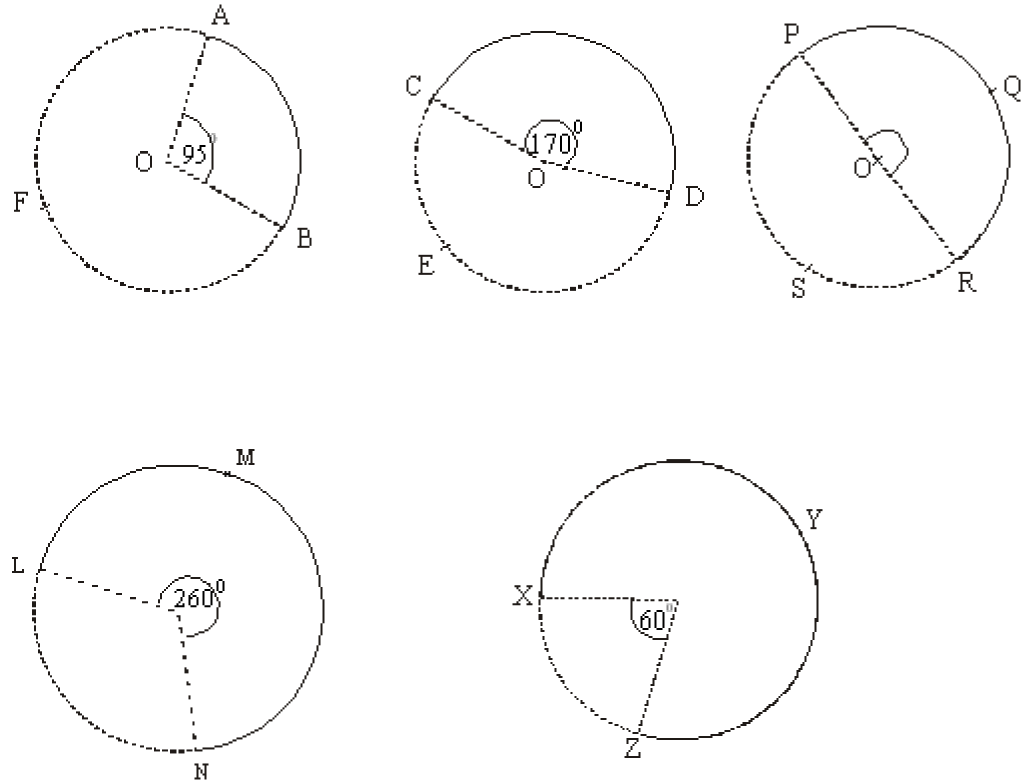


PCB என்பது ஒரு வட்டவில். இது வட்டத்தின் ஒரு பகுதியாகும். இவ்வில் அரைவட்டத்திலும் பார்க்க சிறிது என்பதால் இதனை
"சீளிவில்" எனவும், PAB
"பேரிவில்" எனவும் அழைக்கப்படும்.



CBD என்பது வட்டத்தின் சரி பாதிவில்லாகும். இது அரைவட்டம் என அழைக்கப்படும்.

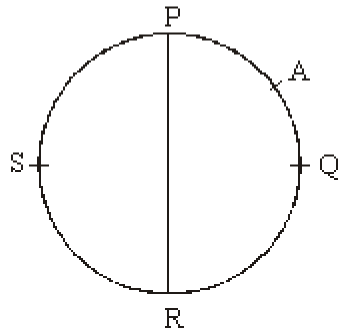
11.3 பயிற்சி



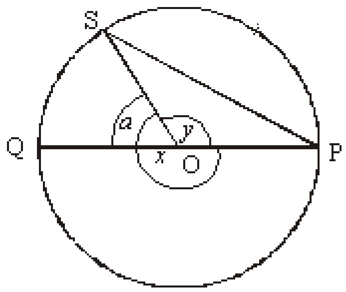
1. தரப்பட்டுள்ள உருக்களைப் பயன்படுத்தி அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

வில் என்பன	வில் மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் பருமன்	சீளிவில் பேரிருவில் அரைவட்டம் வற்றில் பொருத்தமான சொல்லைப் பயன்படுத்தி இடைவெளி நிரப்புக.
AB	....	....
AFB	....	....
CD	....	....
CED	....	....
PQR	....	....
PSR	....	....
LMN	....	....
LN	....	....
XY	....	....
XYZ	....	....

2.



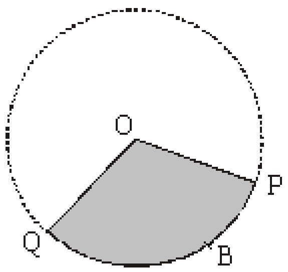
(i) PSR, PQR என்பன சமநீளமுடைய விற்கள் எனின் PR என்பது என்ன?
(ii) வில் PSQ வில் PQயை விட பெரிதாகும் எனின் PQ எவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?
(iii) PR விட்டம் எனின் PSR எவ்வாறு அழைக் கப்படுகிறது?
(iv) PR விட்டம் எனின் PAQ எவ்வாறு அழைக் கப்படுகிறது?
(v) PR விட்டம் எனின் AQR எவ்வாறு அழைக் கப்படுகிறது?



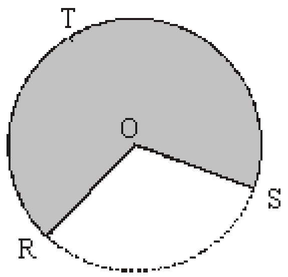
படத்தில் PQS என்பது பேரி வில்லாகும்.
(i) x இன் பெறுமானம் தொடர்பாக நீர் என்ன முடிவுக்கு வருவீர்?
(ii) y இன் பெறுமானம் தொடர்பாக நீர் என்ன முடிவுக்கு வருவீர்?
(iii) வில் PS ஐ பற்றி என்ன கூறலாம்?
(iv) PS எவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?
(v) QS என்பது சீளிவில் எனின் கோணம் a தொடர்பாக என்ன முடிவுக்கு வருவீர்?
(vi) QS என்பது சீளிவில் எனின் வில் QPS தொடர்பாக என்ன முடிவுக்கு வருவீர்?

11.4 ஆரைச்சிறைகளும் வட்டத் துண்டங்களும்

ஆரைச்சிறை
வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து வரையப்படும் இரு ஆரைகளாலும் வட்டத்தின் வில்லாலும் அமைக்கப்பட்ட பிரதேசம் ஆரைச்சிறை எனப்படும்.



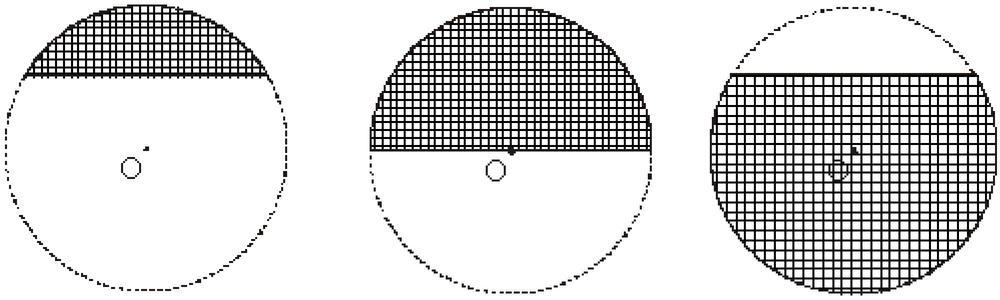
படத்தில் நிறந்தீட்டப்பட்ட பகுதி ஆரைச்சிறை POQ ஆகும். இது ஆரைகள் OP, OQ என்பனவற்றாலும் வட்டவில் PBQ இனாலும் அடைக்கப்பட்டுள்ளது.



நிறந்தீட்டப்பட்டுள்ள இரண்டாவது படமும் ஒரு ஆரைச்சிறை ஆகும். அது ROS ஆனது ஆரைகள் QR, OS என்பனவற்றாலும் RTS என்ற வட்ட வில்லாலும் அடைக்கப்பட்டுள்ளது.

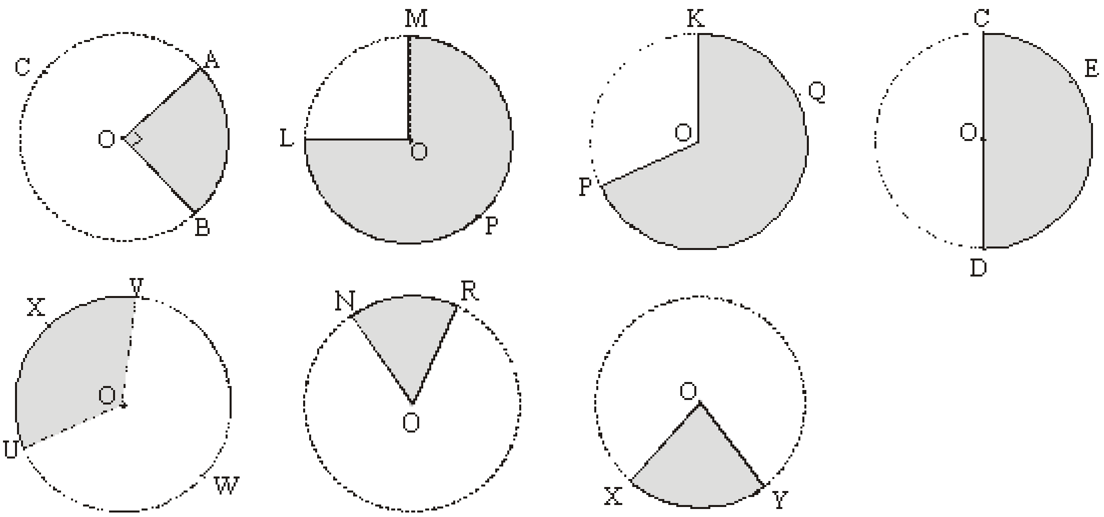
வட்டத்துண்டம்
நாணினாலும் வில்லினாலும் அடைக்கப் படும் பிரதேசம் வட்டத் துண்டம் எனப்படும்.

வட்டத்துண்டங்களின் சில படங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



11.4 பயிற்சி

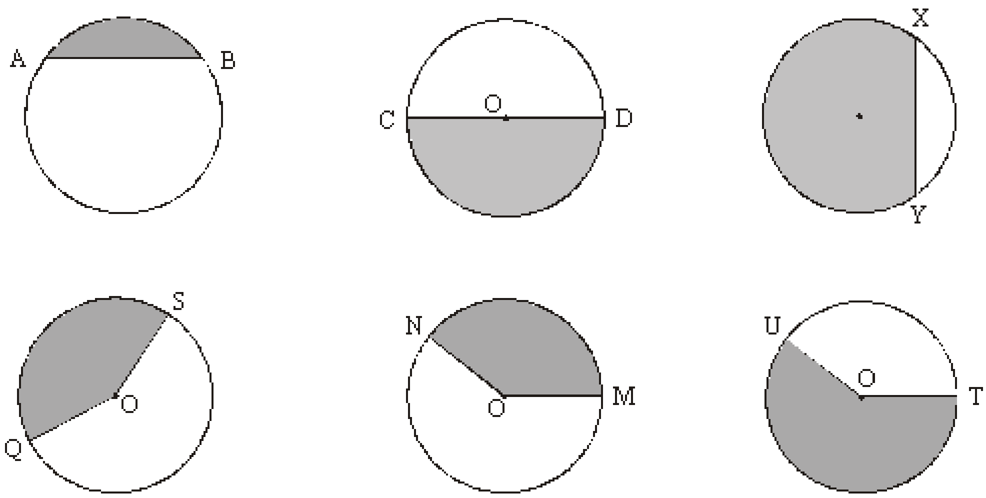
1.



மேலே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலும் நிறந்தீட்டப்பட்டுள்ள பகுதி வட்டத்துண்டங்களாகும். ஒவ்வொரு வட்டத்துண்டத்திற்குரிய ஆரைகளையும் வட்டவிற்களையும் தெரிவு செய்து கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையை பூரணப்படுத்துக.

வட்டத்துண்டம்	ஆரைகள்	வட்டவில்
AOB		
MOL		
KOP		
UOV		
NOR		
XOY		
COD		

2.



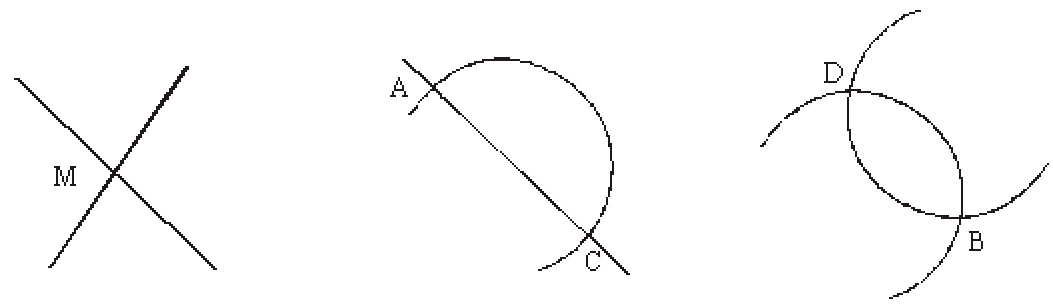
மேலே தரப்பட்ட உருக்களில் நிறந்தீட்டப்பட்ட பகுதி வட்டத்துண்டங்களையும். ஆரைச்சிறைகளையும் கொண்டுள்ளது. அவற்றை வேறுபடுத்தி எழுதுக.

i. .... ii. .... iii. ....
iv. .... v. .... vi ....

11.5 வட்டக் கோலங்கள்

குறுக்கறுத்துச் செல்லும் கோடுகளை நாம் ஒன்றை யொன்று இடைவெட்டும் கோடுகள் என அழைப்போம்.

ஒன்றையொன்று வெட்டுமிடம் வெட்டுப்புள்ளி எனப்படும்.



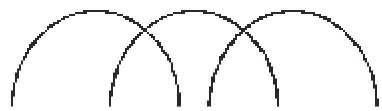
(i) (ii) (iii)

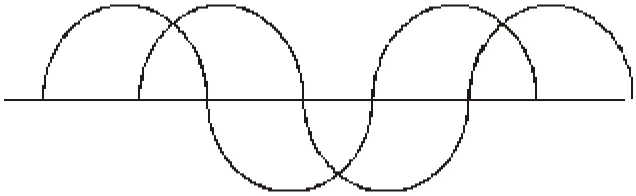
(i) இல் இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் சந்தர்ப்பமாகும். வெட்டும் புள்ளி M ஆகும்.

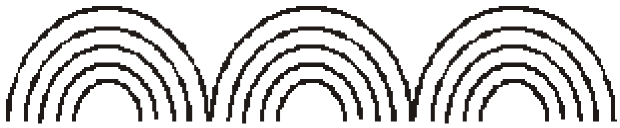
(ii) இல் ஒரு நேர்கோடும் ஒரு வளைகோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் சந்தர்ப்ப மாகும். இங்கு வெட்டுப்புள்ளிகள் இரண்டு Aயும் Cயும் ஆகும்.

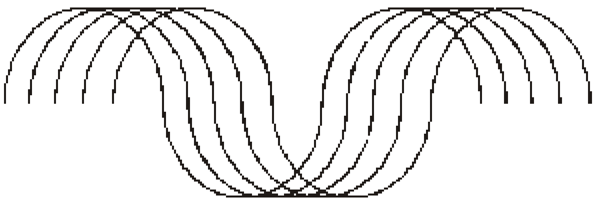
(iii) இல் இரண்டு வளைகோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் சந்தர்ப்பமாகும். வெட்டுப்புள்ளிகள் இரண்டு Dயும் Bயும் ஆகும்.

வளைந்தகோடுகள் மூலம் வரையப்பட்ட கோலங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

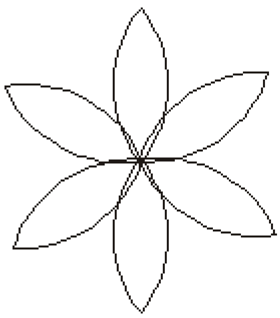


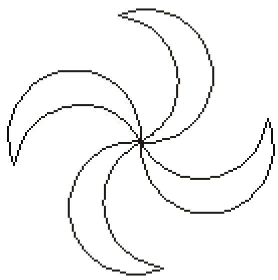


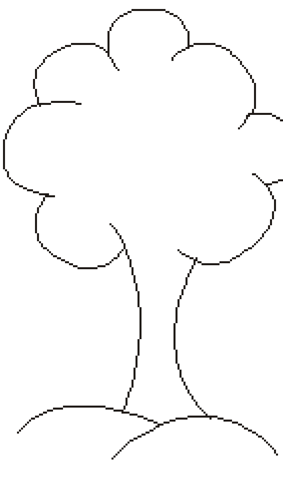




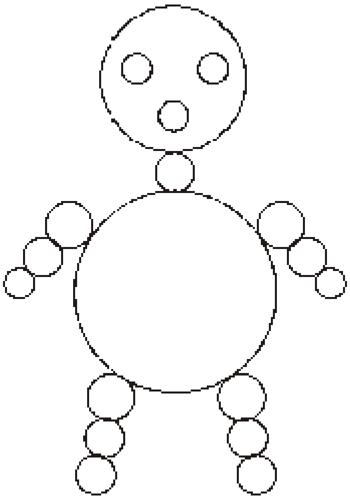
வளைகோடுகளால் உருவாக்கப்பட்ட கோலங்கள்

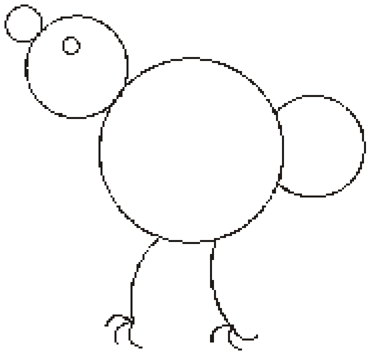




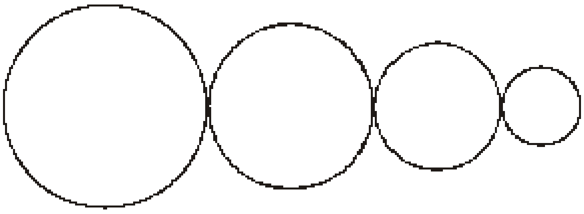


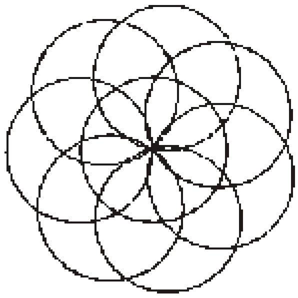
வட்டங்களை ஒன்று சேர்த்து உருவாகும் கோலங்கள்

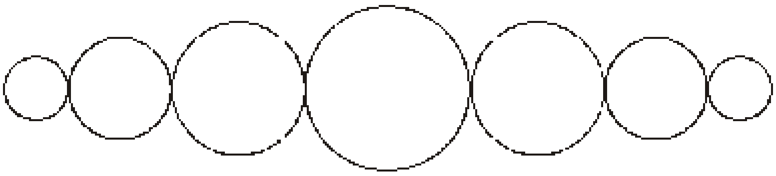


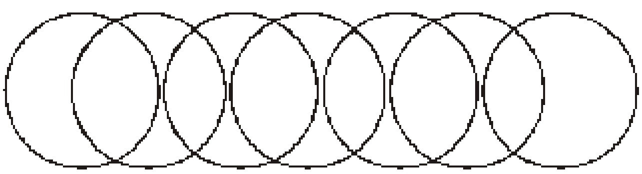


வட்டக் கோலங்கள் சிலவற்றை அறிவோம்.









பிரசினம்

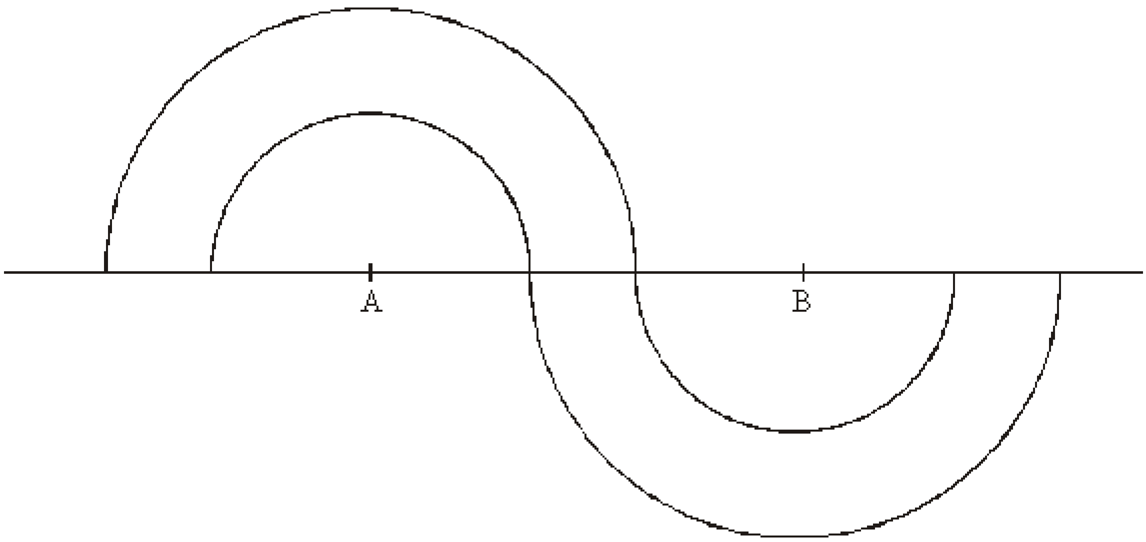
நேர்கோடொன்றை வரைக. 5.7cm இடைத்தூரத்தில் AB என்னும் புள்ளிகளைக் குறிக்க.

A ஐ மையமாகக் கொண்டு 3.5 cm, 2.2 cm ஆரையுள்ள அரைவட்டங்கள் இரண்டை கோட்டின் மேற்புறமாக வரைக. A ஐ மையமாகக் கொண்டு 3.5 cm, 2.2 cm ஆரையுள்ள அரைவட்டங்கள் இரண்டை கோட்டிற்கு கீழ்புறமாக வரைக.

நீங்கள் வரைந்த வட்டக் கோலத்தில் வளை பாதைகள் இரண்டு உள்ளனவா எனப் பார்க்க.

அவ்விரண்டு பயணப்பாதைகளுக்கிடைப்பட்ட தூரம் யாது?

தீர்வு



பயணப்பாதைகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் 1.3 cm ஆகும்.

11.5 பயிற்சி

(1) 5 cm நீளமுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை வரைக. அதனை AB எனப் பெயரிடுக. Aஐ மையமாகக் கொண்டு 4 cm, 5 cm ஆரையுள்ள இரண்டு வட்டங்களை வரைக. வளைந்த கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம் யாது?

(2) (i) 15 cm நீளமுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை வரைக. அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.

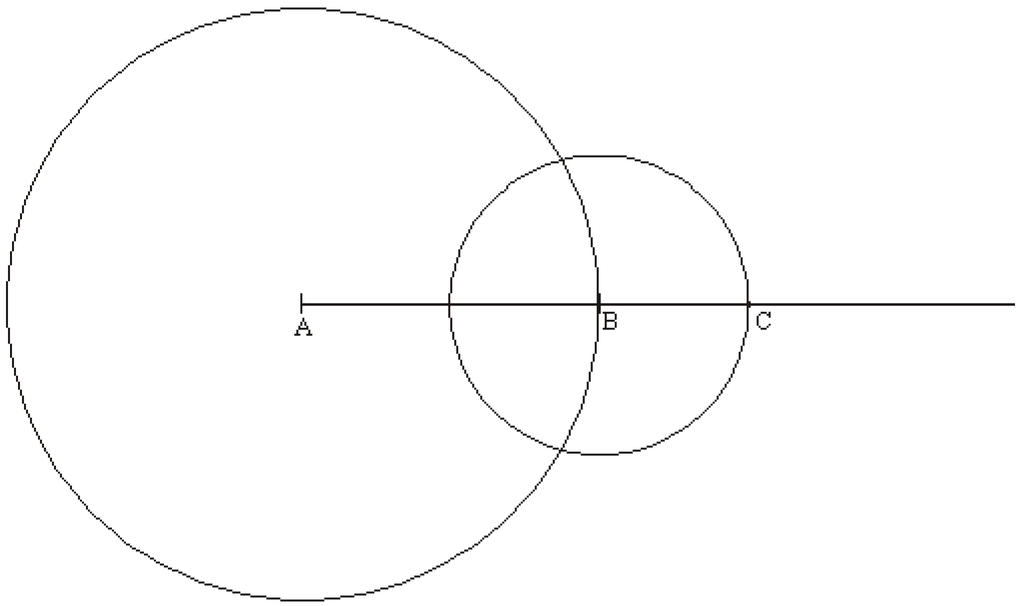
(ii) P யிலிருந்து 4 cm தூரத்தில் A எனும் புள்ளியையும், 11 cm தூரத்தில் B எனும் புள்ளியையும் அக்கோட்டின் மீது குறிக்க.

(iii) Aஐ மையமாகவும் 3cm, 4 cm ஆரைகளாகவுள்ள அரைவட்டங்கள் இரண்டைகோட்டிற்கு மேற்புறத்தில் வரைக.

(iv) Bஐ மையமாகவும் 3cm, 4 cm ஆரைகளாகவுள்ள இரண்டு அரைவட்டங் களை கோட்டிற்கு மேற்புறத்தில் வரைக.

(v) உமக்கு கிடைத்துள்ள வட்டக்கோலத்தில் வளைகோடுகளுக்கிடைப்பட்ட தூரம் யாது?

(3)



(i) Aஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் ஆரையை அளந்தெழுதுக.

(ii) Bஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் ஆரையை அளந்தெழுதுக.

(iii) Cஐ மையமாகக் கொண்டு மேலே (i) இல் பெற்ற ஆரையின அளவை ஆரையாகக் கொண்டு வட்டம் ஒன்று வரைக.

(iv) அவ்வட்டம் கோட்டை வெட்டும் புள்ளியை D எனக் குறிக்க

(v) புள்ளி C இற்கு 2cm தூரத்தில் புள்ளி E ஐக் குறித்து E ஐ மையமாகவும் மேலே (ii) இல் பெற்ற ஆரையின அளவை ஆரையாகக் கொண்டு வட்டம் ஒன்று வரைக.

(4) (i) நேர்கோடொன்றை வரைந்து 2.5 cm இடைத்தூரம் கொண்ட சமதுண்டங்களாக அதை வேறாக்கிக் கொண்டு A, B, C, D, E என சமதூரத்திலுள்ள புள்ளிகளைக் குறிக்க.

(ii) A, B, C, D, E என்பனவற்றை மையங்களாகவும் 2.5 cmஐ ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டங்களை வரைக.

(iii) உமக்கு கிடைத்த வட்டக் கோலத்தை நன்கு பரிசீலிக்க.

(5) (i) 7 cm நீளமுள்ள நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை வரைக. அதனை C E எனப் பெயரிடுக.

(ii) C ஐ மையமாகவும் 3.5 cm ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டம் ஒன்று வரைக.

(iii) E ஐ மையமாகவும் 3.5 cm ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டம் ஒன்று வரைக.

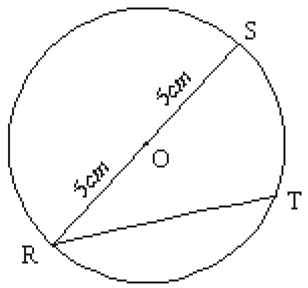
இவ்வாறே கோலத்தை மேலும் தொடர்ந்து செய்க.

(6) (i) 3 cm ஆரையுள்ள வட்டம் ஒன்று வரைக. அதே அளவை ஆரையாக கொண்டு விற்களை வரைவதன் மூலம் வட்டப் பரிதியை சமஅளவுகளாகப் பிரிக்க.

(ii) வட்டமும் விற்களும் வெட்டிய புள்ளிகளை மையமாகக் கொண்டு 3cm ஆரையுள்ள வட்டங்களை வரைவதன் மூலம் வட்டக் கோலம் ஒன்றை ஆக்கவும்.

11. **பலவினப் பயிற்சிகள்**

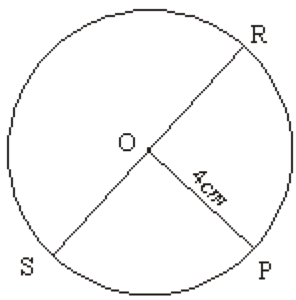
(1)



Oஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் ROS என்பது ஒரு நேர்கோடாகும்.

(i) வட்டத்தின் விட்டத்தைப் பெயரிடுக.
(ii) வட்டத்தின் ஆரையின் பருமன் யாது?
(iii) விட்டத்தின் பருமன் யாது?
(iv) வட்டத்தின் விட்டம் ஆரையின் எத்தனை மடங்காகும்.

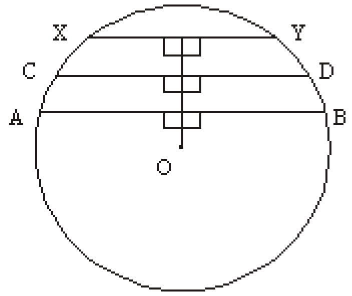
(2)



Oஐ மையமாகவுள்ள வட்டத்தில் SOR என்பது ஒரு நேர்கோடாகும்.

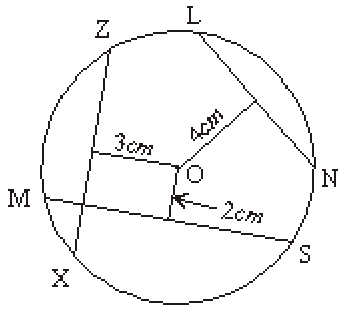
(i) வட்டத்தின் ஆரையின் நீளம் யாது?
(ii) OR இன் பருமன் யாது?
(iii) OP, OR என்பனவற்றின் நீளங்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?
(iv) வட்டத்தின் விட்டத்தின் பருமன் யாது?
(v) இவ்வட்டத்தின் விட்டம் யாது?
(vi) RS இன் நீளம் யாது?

(3)



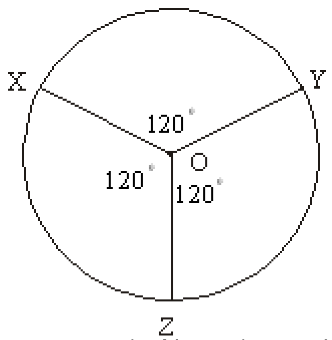
(i) இதில் காட்டப்பட்டுள்ள மிகவும் நீளமுள்ள நாண் எது?
(ii) நீளத்திற்கு ஏற்ப இங்கு காட்டப்பட்டுள்ள நாண்களை ஏறுவரிசைப்படுத்துக
(iii) மையத்திற்கு மிகவும் அண்மையில் உள்ள நாண் எது?
(iv) மையத்திலிருந்து மிகவும் தூரத்திலுள்ள நாண் எது?

(4)



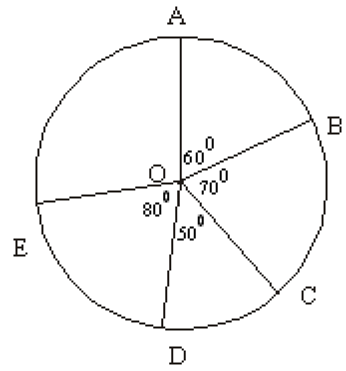
Oஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டம் தொடர்பாக கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.
(i) மையத்திலிருந்து மிகவும் தூரத்திலுள்ள நாண் எது?
(ii) மையத்திற்கு மிகவும் அண்மையிலுள்ள நாண் எது?
(iii) நாண்களில் மிகவும் குறுகிய நீளமுள்ள நாண் எது?
(iv) மிகவும் நீண்ட நாண் எது?
(v) நீளங்களுக்கேற்ப நாண்களை ஏறுவரிசைப்படுத்துக.

(5)



Oஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் $X\hat{O}Y = X\hat{O}Z = Z\hat{O}Y = 120^0$ ஆகும்.
(i) XY, XZ ,YZ வட்ட விற்களின் மொத்த நீளம் வட்டத்தின் என்ன அளவீட்டைக் குறிக்கும்.?
(ii) X Y வட்ட வில்லின் நீளம் வட்டப்பரிதியின் என்ன பின்னமாகும்?
(iii) X YZ வட்ட வில்லின் நீளம் வட்டப் பரிதியின் எப்பின்னமாகும்?

(6)



O ஐ மையமாகவுள்ள வட்டம் தொடர்பாக

(i) OA, OB, OC, OD என்பனவற்றின் நீளங்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

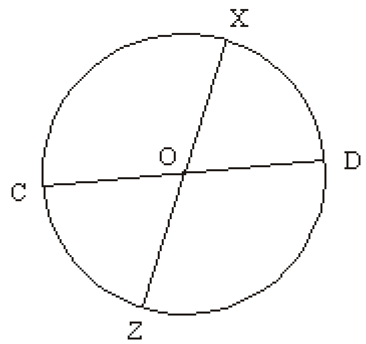
(ii) AB, BC, CD, DE என்பனவற்றுள் மிகவும் சிறிய வில் யாது?

(iii) பருமனுக்கு ஏற்ப AB, BC, CD, DE எனும் விற்களை ஏறுவரிசைப் படுத்துக.

(iv) AOB, BOC, COD, DOE, EOA எனும் ஆரைச்சிறைகளுள் மிகவும் சிறிய ஆரைச்சிறை எது?

(v) மிகவும் பெரிய ஆரைச்சிறை எது?

(7)



6.8 cm விட்டமுள்ள O ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டம் இங்கே தரப்பட்டுள்ளது.

(i) CD இன் நீளம் யாது?

(ii) XZ இன் நீளம் யாது?

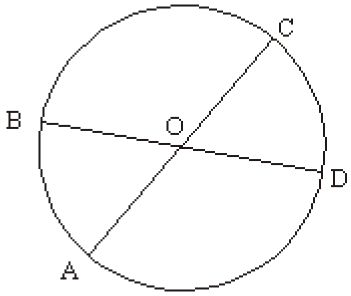
(iii) OC, OD என்பனவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

(iv) OC, OZ என்பனவற்றின் நீளங்களை எழுதுக.

(v) XZ, OZ என்பனவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

(vi) CD, CO என்பனவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

(8)



O ஐ மையமாகவுள்ள வட்டம் ஒன்றை படத்தில் காணலாம்.

(i) பருமனில் சமனான கூர்ங்கோணங்களை எழுதுக.

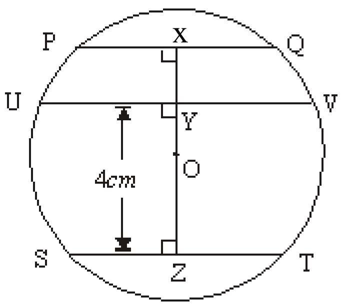
(ii) பருமனில் சமனான விரிகோணங்களை எழுதுக.

(iii) சமனான ஆரைச்சிறைகளை எழுதுக.

(iv) பருமனில் சமனான வட்ட விற்களை எழுதுக.

(v) BD, AC என்பனவற்றுக்கிடையேயான தொடரபை எழுதுக.

(9)



O ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் PQ, UV, ST என்பன நாண்களாகும். PQ, ST என்பன மையத்திலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளன.

(i) OX, OZ என்பனவற்றின் நீளங்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

(ii) OX இன் பருமன் யாது?

(iii) OX, OY என்பனவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

(iv) பருமனில் பெரிய நாண் எது? காரணம் கூறுக.

(v) OQ, OT என்பனவற்றின் நீளங்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

விடைகள்

1.1 பயிற்சி

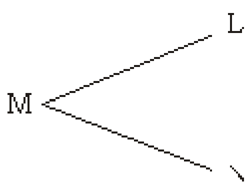
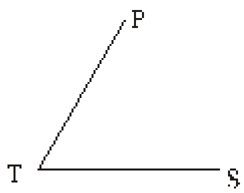
1)

	உச்சி	புயங்கள்	கோணத்தை பெயரிடும் முறை
(i)	Q	PQ, QR	$P\hat{Q}R$, $R\hat{Q}P$
(ii)	M	LM, MN	$N\hat{M}L$, $L\hat{M}N$

(2)

உச்சி	புயங்கள்	கோணத்தை பெயரிடும் முறை
Z	YZ, ZX	$Y\hat{Z}X$, $X\hat{Z}Y$
B	AB, BC	$A\hat{B}C$, $C\hat{B}A$

(3)

உருவம்	உச்சி	புயங்கள்	கோணத்தை பெயரிடும்முறை	
	M	LM, MN	$L\hat{M}N$	$N\hat{M}L$
	T	PT, TS	$P\hat{T}S$	$S\hat{T}P$

1.2 பயிற்சி

(1) (i) கூர்ங்கோணம்

(ii) $X\hat{Y}Z$, விரிகோணம்

(iii) (a) $Q\hat{P}S$, கூர்ங்கோணம்

(b) $P\hat{S}R$,, விரிகோணம்

(c) $S\hat{R}Q$, செங்கோணம்

(d) $R\hat{Q}P$, கூர்ங்கோணம்

(iv) (a) $L\hat{P}O$, செங்கோணம்

(b) $P\hat{O}N$. விரிகோணம்

(c) $O\hat{N}M$, கூர்ங்கோணம்

(d) $N\hat{M}L$, பின்வளை கோணம்

(d) $M\hat{L}P$ கூர்ங்கோணம்

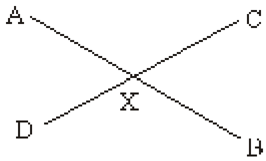
1.3 பயிற்சி

(2) (i) 60^0
(ii) நிரப்பி
(iii) 20^0
(iv) 80^0
(v) 28^0
(vi) 137^0
(vii) மிகை நிரப்பி
(viii) மிகை நிரப்பி 86^0

(3) (i) கூட்டுத்தொகை 90^0 ஐ உடைய யாதுமிரண்டு பெறுமானங்கள்
(ii) கூட்டுத்தொகை 180^0 ஐ உடைய யாதுமிரண்டு பெறுமானங்கள்
(iii) கூட்டுத்தொகை 90^0 ஐ உடைய யாதுமிரண்டு பெறுமானங்கள்
(iv) கூட்டுத்தொகை 180^0 ஐ உடைய யாதுமிரண்டு பெறுமானங்கள்

1.4 பயிற்சி

(1)



$A\hat{X}D$, $C\hat{X}B$ அல்லது $A\hat{X}C$, $D\hat{X}B$

(2) உண்மையாகும்.

$T\hat{O}S$, $L\hat{O}S$ என்பன நேர்கோடுகளிரண்டு இடைவெட்டுவதால் உருவாகும் அயற் கோணச் கோடியாகும்.

(3) $A\hat{P}C$, $B\hat{P}D$; $A\hat{P}D$, $C\hat{P}B$

1 பலவினப் பயிற்சி

(1) (i) $P\hat{Q}R$ (கூர்ங்கோணம்)

(ii) $E\hat{F}X$, $X\hat{F}Z$, $X\hat{F}Y$, $Y\hat{F}Z$ {$ u;q ;Nf hz k;}

$Y\hat{F}Z$ {விரிகோணம்}

$E\hat{F}X$, $X\hat{F}Y$, $Y\hat{F}Z$, $X\hat{F}Z$ {பின்வளை கோணங்கள்}

(iii) $A\hat{B}D$, $D\hat{B}C$, $A\hat{B}C$ {கூர்ங்கோணம்}

$A\hat{B}D$, $D\hat{B}C$, $A\hat{B}C$ {பின்வளை கோணங்கள்}

(2) (i) கூர்ங்கோணங்கள் 03

$X\hat{Y}O$, $O\hat{Y}Z$, $X\hat{Y}Z$

(iii) கூர்ங்கோணங்கள் 02

$R\hat{O}S$, $S\hat{O}Q$

விரிகோணம் 01 $P\hat{O}S$

செங்கோணங்கள் 02 $P\hat{O}R$, $R\hat{O}Q$

நேர்கோணம் 01 $P\hat{O}Q$

(iii) செங்கோணங்கள் 04

$A\hat{X}D$, $D\hat{X}C$, $C\hat{X}E$, $E\hat{X}B$

விரிகோணங்கள் 03

$A\hat{X}E$, $D\hat{X}E$, $D\hat{X}B$

செங்கோணங்கள் 02

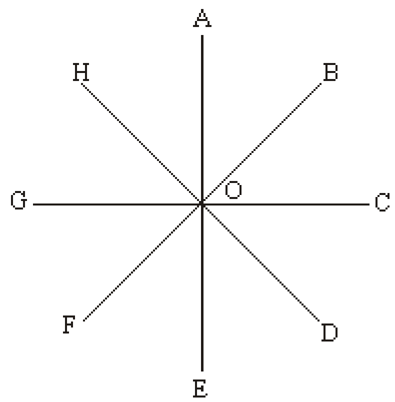
$A\hat{X}C$, $C\hat{X}B$

நேர்கோணம் 01 $A\hat{X}B$

(3)

	a	*b*	*c*
(i) அயற்கோணச் சோடிகள்	$L\hat{M}O$, $O\hat{M}P$ $O\hat{M}P$, $P\hat{M}N$ $L\hat{M}P$, $P\hat{M}N$ $L\hat{M}O$, $O\hat{M}N$	$A\hat{H}C$, $C\hat{H}D$ $A\hat{H}C$, $C\hat{H}E$ $A\hat{H}C$, $C\hat{H}B$ $C\hat{H}D$, $D\hat{H}E$ $C\hat{H}D$, $D\hat{H}B$ $D\hat{H}E$, $E\hat{H}B$	$P\hat{O}Q$, $Q\hat{O}R$ $P\hat{O}Q$, $Q\hat{O}S$ $P\hat{O}Q$, $Q\hat{O}T$ $Q\hat{O}R$, $R\hat{O}S$ $Q\hat{O}R$, $R\hat{O}T$ $R\hat{O}S$, $S\hat{O}T$
(ii) அயற்கோண நிரப்பிகள்	$O\hat{M}P$, $P\hat{M}N$ $A\hat{H}C$, $E\hat{H}B$ $P\hat{O}Q$, $Q\hat{O}R$	$C\hat{H}D$, $D\hat{H}E$ $R\hat{O}S$, $S\hat{O}T$	$Q\hat{O}R$, $R\hat{O}S$
(iii) அயற்கோண மிகை நிரப்பிகள்	$L\hat{M}P$, $P\hat{M}N$	$A\hat{H}C$, $C\hat{H}B$ $A\hat{H}D$, $D\hat{H}B$ $A\hat{H}E$, $E\hat{H}B$	$P\hat{O}S$, $S\hat{O}T$ $P\hat{O}R$, $R\hat{O}T$ $P\hat{O}Q$, $Q\hat{O}T$

(4)



(*a*) (i) கூர்ங்கோணங்கள் $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$

(ii) விரிகோணங்கள் $H\hat{O}C$, $A\hat{O}D$

(iii) செங்கோணங்கள் $A\hat{O}G$, $A\hat{O}C$

(iv) நேர்கோணங்கள் $A\hat{O}E$, $G\hat{O}C$

(v) பின்வளை கோணங்கள் $G\hat{O}E$, $A\hat{O}D$

(*b*)	(i)	அயற்கோணங்கள்	$A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ / $B\hat{O}C$, $B\hat{O}D$
	(ii)	நிரப்பிக்கோணங்கள்	$A\hat{O}B$, $C\hat{O}D$ / $E\hat{O}F$, $H\hat{O}G$
	(iii)	மிகை நிரப்பிக்கோணங்கள்	$H\hat{O}E$, $A\hat{O}B$ / $A\hat{O}D$, $H\hat{O}G$
	(iv)	அயற்கோண நிரப்பிகள்	$A\hat{O}H$, $H\hat{O}G$ / $C\hat{O}D$, $D\hat{O}E$
	(v)	அயற்கோண மிகைநிரப்பிகள்	$A\hat{O}D$, $D\hat{O}E$ / $A\hat{O}H$, $H\hat{O}E$
	(vi)	குத்தெதிர்க்கோணங்கள்	$A\hat{O}B$, $F\hat{O}E$ / $C\hat{O}D$, $H\hat{O}G$

2.1 பயிற்சி

(1)

$a = 10\ cm$

$b = 10cm$

$\therefore\ a = b$

(2) ஒரு நேர்கோடு பிறிதொரு நேர்கோட்டின் மேல் நிற்பதால் அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாகும்.

ஒரு முக்கோணியின் கோணங்கள் மூன்றினதும் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாகும்.

(3) a இன் பெறுமானம் $= 90^\circ$

b இன் பெறுமானம் $= 90^\circ$

$\therefore\ a = b$

(4) $a = b = c$

2.2

1. $AB = 7cm$

$CD = 7cm$

$\therefore\ AB = CD$

$BD = 5\ cm$

$\therefore\ AB + BC = CD + BC$

ஆயின் $AC = BD$

2. $PQ = RS$

இருபுறமும் QR ஐ கூட்டினால்

$PQ + QR = RS + QR$

ஆயின் $PR = QS$

3. $A\hat{O}B = 50^0$

$\therefore \ A\hat{O}B + B\hat{O}C = ...80^0 \longrightarrow (1)$

$D\hat{O}C = ..30^0.......$

$B\hat{O}C = 50^0$

$\therefore \ D\hat{O}C + B\hat{O}C = 80^0 \longrightarrow (2)$

(1), (2) இலிருந்து

$A\hat{O}B + B\hat{O}C = D\hat{O}C + B\hat{O}C$

$\therefore A\hat{O}C = B\hat{O}D$

4. $P\hat{X}Q = R\hat{X}S$

அதாவது $a = c$

$a + c = c + b$ (இரு புறமும் கோணம் b ஐக் கூட்டல்)

ஆயின் $P\hat{X}R = S\hat{X}Q$

5. PR = QS

QR = QR

PR - QR = QS - QR (இருபுறமும் QR ஐக் கழிக்க)

$\therefore$ PQ = RS

6. $A\hat{O}Y = B\hat{O}X$

$A\hat{O}X + X\hat{O}Y = B\hat{O}Y + X\hat{O}Y$

$A\hat{O}X = B\hat{O}Y$ (இருபுறமும் $X\hat{O}Y$ ஐக் கழிக்க)

$a = c$

7. (i) $a = 25$ (ii) $a = b$

$a = c$ $b = c$

$\therefore \ \underline{\underline{c = 25}}$ $\therefore \ \underline{\underline{a = c}}$

2.3

1. (i) $2a = 2b$ ஆயின் (2 ஆல் பெருக்கும் போது)

$a + a = b + b$

$\therefore$ AB+BC = AX+XY (படத்தில் தரப்பட்ட தரவின்படி)

$\therefore \ \underline{\underline{AC = AY}}$

2

$\hat{B} = \hat{C}$

படத்திலிருந்து $\frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{2}$ (2 ஆல் வகுப்பதால்)

கோணங்கள் $\hat{B}, \hat{C}$ என்பன இருகூறாக்கப்படுவதால்

$\frac{\hat{B}}{2} = b, \ \frac{\hat{C}}{2} = x$ ஆகும்.

$\therefore \quad \underline{\underline{b = x}}$

3. (i) இரண்டு படங்களிலும் கோணம் 90^0 வகைக் குறிக்கப்பட்டிருப்பதால்

$60^0 + a = 60^0 + b$

$\therefore \ a = b$ (60^0 ஐ இருபுறமும் கழித்தால்)

(ii) $60^0 + a = 90^0, \ 60^0 + b = 90^0$

$\therefore a = 30^0, \quad b = 30^0$

$\therefore \ \underline{\underline{a = b}}$

2. பலவினப் பயிற்சி விடைகள்

1

பக்கங்களுக்கிடையிலான தொடர்பு	கோணங்களுக்கிடையிலான தொடர்பு
$AB = AC$	$B\hat{A}C = 60^0, A\hat{B}C = 60^0, A\hat{C}B = 60^0$
$AB = BC$	$B\hat{A}C = A\hat{B}C$
$AC = BC$	$B\hat{A}C = A\hat{C}B$
$\therefore AB = AC = BC$	$A\hat{B}C = A\hat{C}B$

2.

(i) $P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$

$\left(P\hat{Q}R = 60^0, \ P\hat{R}Q = 60^0\right)$

(ii) $T\hat{Q}R = Q\hat{R}S$

$\left(T\hat{Q}R = 90^0, \ Q\hat{R}S = 90^0\right)$

(iii) மேலே (i), (ii) இல் சமன்பாடுகளை ஒன்று சேர்த்தால்

$P\hat{Q}R + T\hat{Q}R = P\hat{R}Q + Q\hat{R}S$ ஆயின்

$P\hat{Q}T = P\hat{R}S$

3. படத்திலிருந்து

$AB = BC$ (சதுரம் ABCD இன் பக்கங்கள்)

$BR = BP$ (சதுரம் PQRS இன் பக்கங்கள்)

இவற்றை கூட்டும் போது

$AB + BR = BC + BP$

$\therefore \quad AR = CP$

4. படத்திலிருந்து

$AB = AD$ (சதுரம் ABCD இன் பக்கங்கள்)

$AP = AR$ (சதுரம் APQR இன் பக்கங்கள்)

இவற்றை கழிக்கும் போது

$AB - BP = AD + AR$

$\therefore \quad BP = DR$

5. $A\hat{B}X + A\hat{B}C = \underline{180^0}$

$A\hat{C}Y + A\hat{C}B = \underline{180^0}$

$A\hat{B}X + A\hat{B}C = A\hat{C}Y + A\hat{C}B$

ஆனால் $A\hat{B}C = A\hat{C}Y$

$\therefore A\hat{B}X = A\hat{C}Y$

3.1 பயிற்சி

(a) (i) $x+60=180^0$

$x=120^0$

(ii) $x+60+40=180^0$

$x+100=180^0$

$x=80^0$

(iii) $2x+40=180^0$

$2x=140^0$

$x=70^0$

(iv) $x+2x+36=180^0$

$3x=144^0$

$x=48^0$

(b) $3x+2y+2x+3y=180^0$

$5x+5y=180^0$

$x+y=36^0$

(c) (i) $2m+35^0+m+10^0=180^0$

$2m+45^0=180^0$

$3m=135^0$

$m=45^0$

(ii) $m-10+m+2m=180^0$

$4m-10=180^0$

$4m=180^0$

$m=47\frac{1}{2}^0$

3.2 பயிற்சி

(a) (i) $x+130^0+120^0=360^0$

$x+250=360^0$

$x=110$

$x=24^0$

(ii) $4x+90^0+3x+102=360^0$

$7x+192=360^0$

$7x=168$

$x=24^0$

(iii) $6x+4x+5x^0=360^0$

$15x=360^0$

$x=24^0$

(b) (i) $5a+6b+3a+2b=360^0$

$8a+8b=360^0$

$8(a+b)=360^0$

$a+b=45^0$

(ii) $a+75^0+80^0+b+62=360^0$

$a+b+217=360^0$

$a+b=143^0$

(c) (i) $A\hat{B}D + 20^0 + 100^0 + 60^0 + 85^0 = 360^0$

$A\hat{B}D + 2\,65^0 = 360^0$

$A\hat{B}D = 95^0$

(ii) $D\hat{B}F = 95^0 + 20 = 115^0$

(d) $3a + 69^0 + 2a + 95^0 + a = 360^0$

$6a + 164 = 360^0$

$6a = 216$

$a = 36^0$

$2a = 72^0,\ 3a = 108^0$

3.3 பயிற்சி

1) (i) $a = 130^0$

(ii) $2a + 10 = 100$

$2a = 90^0$

$a = 45^0$

(ii) $a + 50 = 80$

$a = 30^0$

(iv) $a + 30^0 + 40^0 = 117$

$a + 70^0 = 117$

$a = 47^0$

2) (i) $a = 36^0$

$2b = 180 - 36$

$2b = 164$

$b = 72^0$

3)
- $b + 30^0 = 50$

  $b = 20^0$
- $n = 60^0$
- $M = 70^0$
- $a = 60^0$

பலவினப் பயிற்சி

(1) $2x + 70 = 180$

$x = 55^0$

(2) $a + b + 100 = 180$

$a + b = 80^0$

(3) $3a + 75 = 180^0$

$2a = 70^0$

(4) $D\hat{B}E + 115^0 = 180^0$

$D\hat{B}E = 65^0$

(5) $4x + 200 = 360$

$x = 40^0$

(6) (i) $a + 30^0 = 80^0$

$a = 50^0$

(ii) $E\hat{C}B = 180^0 - 80^0$

$E\hat{C}B = 100^0$

(ii) $F\hat{C}D = 100 - a$

$= 50^0$

(7) (i) $C\hat{X}B = 110^0$

$B\hat{X}D = 70^0$

$A\hat{X}D = 110^0$

(8) (i) $x + 40^0 = 90^0$

$x = 50^0$

(ii) $Y\hat{O}D = 130^0$

$X\hat{O}D = 50^0$

(9) (i) $2a = 60^0$

(ii) $36 = 120^0$

(10) $5x + 4x + 4x + 3x + 40^0 = 360^0$

$16x = 320^0$

$x = 20^0$

$3x = 60^0$

$4x = 80^0$

$5x = 100^0$

4.1 பயிற்சி

(i) AB (ii) XY, PQ, RS, AB, CD, EF (ஏதாவது 4)

(iii) PQ உம் XY உம்

4.2 பயிற்சி

(1) (i) $Q\hat{R}D$, $R\hat{S}F$ (ii) $R\hat{S}E$ (iii) $C\hat{R}S$, $A\hat{Q}R$

(2) $P\hat{Q}Y$, $Q\hat{Y}Z$
$Q\hat{R}Z$, $R\hat{Z}Y$
$R\hat{S}U$, $S\hat{U}V$
$R\hat{Q}Y$, $Q\hat{Y}X$
$S\hat{R}Z$, $R\hat{Z}Y$

4.3 பயிற்சி

(1) (i) $C\hat{R}S$, $A\hat{Q}R$ (ii) $D\hat{R}S$, $F\hat{S}T$ (iii) $E\hat{S}T$, $A\hat{Q}R$

(2) (i) $C\hat{E}F$ (ii) $C\hat{D}E$, $A\hat{E}F$

4.4 பயிற்சி

(1) (i) $B\hat{Q}R$ (ii) $X\hat{L}M$

(2) $G\hat{F}B$, $F\hat{B}C$
$F\hat{G}C$, $B\hat{C}G$
$E\hat{G}C$, $G\hat{C}D$

(3) நேயக்கோணச் சோடிகள் சரியான முறையில் குறிப்பிடக்கூடிய எந்த உருவங்களும்.

4.5 பயிற்சி

(1) (i) சமாந்தரம் (ஒத்த கோணங்கள்)

(ii) சமாந்தரம் (நேயக் கோணங்கள்)

(iii) சமாந்தரம் இல்லை (ஒத்த கோணங்கள்)

(iii) சமாந்தரம் இல்லை (ஒத்த கோணங்கள் சமமல்ல)

(2) (i) $E\hat{G}H = 50^0$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$E\hat{G}H = F\hat{H}D$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$\therefore PQ \,//\, KS$

(ii) $E\hat{F}H = 180^0 - 70^0$ (நேயக் கோணங்கள்)

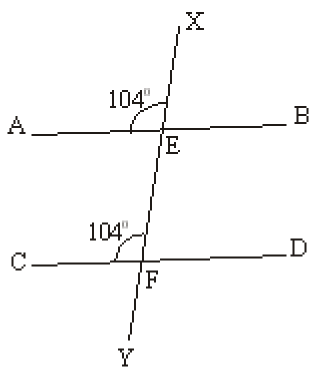
$= 110^0$

(iii) $E\hat{F}R$

(iv) $F\hat{E}G + E\hat{G}H = 70^0 + 50^0 \neq 180^0$

$\therefore$ AB , CD இற்கு சமாந்தரமல்ல.

(3) $AB \,//\, CD$ (ஒத்த கோணங்கள் சமம்)



4.6 பயிற்சி

(1) (i) $b = 75^0$ (ஒத்த கோணங்கள்) (i) $c = b$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

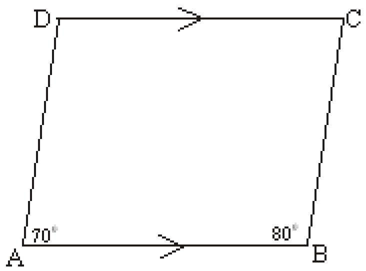
(iii) $c = c$ (ஒத்த கோணங்கள்)

(iv) $a + b = 180^0$ (நேயக் கோணங்கள்)

(v) $a = 180^0 - 75^0$

(vi) $a = f$ (ஒத்த கோணங்கள்)

(2)



(i) $ADC = 180^0 - 70^0$

$= 110^0$ (நேயக் கோணங்கள்)

(ii) $ADC = 180^0 - 70^0$

$= 110^0$ (நேயக் கோணங்கள்)

(3) (i) $D\hat{A}X = 50^0$ (ஒத்த கோணங்கள்)

(ii) $C\hat{A}X = 50^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

(4) (i) $R\hat{S}P, S\hat{P}Q$

$S\hat{P}Q, P\hat{Q}R$

$P\hat{Q}R, Q\hat{R}S$

$Q\hat{R}S, R\hat{S}P$

(ii) $A\hat{R}S = R\hat{Q}P$

(iii) 80^0

(5)

Nfhz k;	xj j Nfhz k;	xdWtpl Nfhz k;	நேநேயக் நேயக் கோணம்நேயக்
b	p, e	r	q
d	r, g	e	f
f	v, a	c	d
w	g, r	e	h
u	e, p	r	g

பலவினப் பயிற்சி

(1) (i) $a = 130^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$b = 130^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$c = 180^0 - 130^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள கோணங்கள்)

$= 50^0$

(ii) $a = 40^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$b = 50^0$ (நிரப்பிக் கோணங்கள்)

(iii) $a = 110^0$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$b = 60^0$

(iv) $a = 40^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$b = 80^0$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$c = 80^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

(2) (i) $E\hat{D}C = 120^0$ (ஒழுங்கான அறுகோணி)

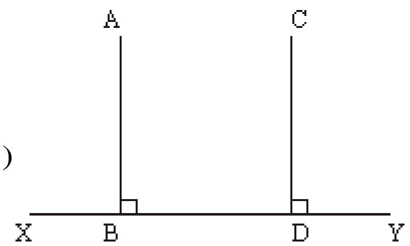
$A\hat{D}B = 30^0$

$A\hat{D}E = 30^0$

$\therefore$ DB, $A\hat{D}C$ இன் இருகூறாக்கியாகும்.

(ii) $A\hat{D}E = B\hat{A}D = 30^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாவதால்)

(3)



$A\hat{B}D + CDB = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\therefore$ AB // CD (நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆவதால்)

(4) (i) $a + 10^0 + a - 10 = 180^0$
(நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)
$a = 100^0$

(ii) $a - 30^0 + b + 40^0 = 180^0$
(நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)
$b = 70^0$

(iii) $x = a - 30^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)
$= 70^0$

(iv) $x + y = 180^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)
$y = 110^0$

(5) $3x + 20^0 + 2x - 40 = 180^0$
(நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)
$x = 40^0$
$2x - 40^0 \quad = 40^0 \quad = P\hat{C}D$
$80^0 - x \quad = 40^0 \quad = C\hat{D}S$
$\Rightarrow P\hat{C}D \quad = C\hat{D}S$
PQ // RS (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாவதால்)

(6) $Q\hat{P}C = P\hat{C}Q$ (தரவு)
$P\hat{C}Q = P\hat{C}B$ (இருகூறாக்கி)
$\therefore Q\hat{P}C = P\hat{C}B$
PQ // BC (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாவதால்)

(7) (i) $A\hat{C}E = C\hat{D}K$ (தரவு)
$\therefore$ EC // KD (ஒத்த கோணங்கள் சமமாவதால்)

(ii) $E\hat{C}F = K\hat{D}L$ (தரவு)
$A\hat{C}F = C\hat{D}L$ (தரவு)
$\Rightarrow 180 - E\hat{C}F - A\hat{C}E = 180^0 - K\hat{D}L - C\hat{D}K$ (வெளிப்படை உண்மை)
P R = Q S
$\therefore$ CF // DL (ஒத்த கோணங்கள் சமமாவதால்)

(8) (i) $D\hat{S}T + S\hat{T}F = 180^0$ (நேயக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$D\hat{S}T + E\hat{T}Q = 180^0$ $\left(\because\ S\hat{T}F = E\hat{T}S\right)$

$7a + 15^0 + 118^0 = 180^0$

$\therefore a = 11^0$

(ii) $P\hat{R}B = 118^0$ (ஒத்த கோணங்கள்)

(iii) $C\hat{S}T = 118^0$ (ஒத்த கோணங்கள்)

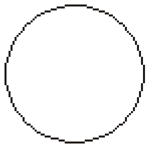
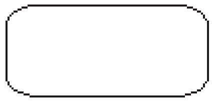
(9) $D\hat{C}E = A\hat{B}C$ (தரவு)

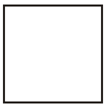
$D\hat{C}E = B\hat{C}E$ (இருகூறாக்கி)

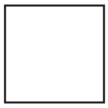
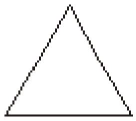
$\therefore A\hat{B}C = B\hat{C}E$

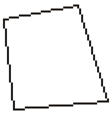
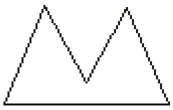
$\therefore AB \parallel CE$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாவதால்)

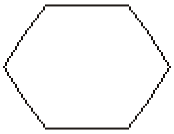
5.1 பயிற்சி

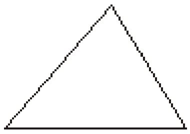
(1) (i)  (ii)  (iii) 

(iv)  (v) 

(2) (i)  (ii)  (iii)  (iv) 

(3)  

(4) 

(5) 

5.2 பயிற்சி

(1)

நேர்கோட்டுத் துண்டங்களின்	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பெயர்	அகக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
3	3	முக்கோணி	3	3
5	5	ஐங்கோணி	5	5
6	6	அறுகோணி	6	6
7	7	எழுகோணி	7	7
8	8	எண்கோணி	8	8
9	9	நவகோணி	9	9

(2) PQ QR RS SP

$Q\hat{R}S$ $R\hat{S}T$ $S\hat{T}P$ $T\hat{P}Q$

5.3 பயிற்சி

(1)	a	b	c	d
உரு - (i)	√	√	√	√
உரு - (ii)	√	√	×	√

(2) குழிவு கோணம் 200^0 இருத்தல்

5.4 பயிற்சி

(1) (i) சமபக்க முக்கோணி (ii) சதுரம்
(iii) ஒழுங்கான அறுகோணி (iv) செவ்வகம்

(2) (i) 540^0 (ii) 540^0 (iii) 108^0

(3) ஒழுங்கான அறுகோணியல்ல. கோணங்கள் எல்லாம் சமனல்ல.

)

55 பயிற்சி

(1) (i) PQRS (i) PQ, QR, RS, PS

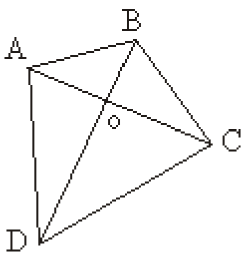
(iii) PQ எதிர்பக்கம் SR
QR எதிர்பக்கம் PS
RS எதிர்பக்கம் PQ
PS எதிர்பக்கம் QR

$S\hat{P}Q$ எதிரான கோணம $S\hat{R}Q$

$P\hat{Q}R$ எதிரான கோணம் $R\hat{S}P$

(iv) மூலைவிட்டம் PR (v) இரண்டு

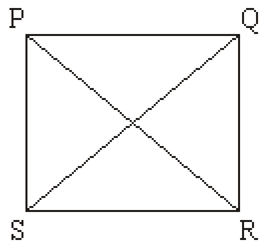
(2)



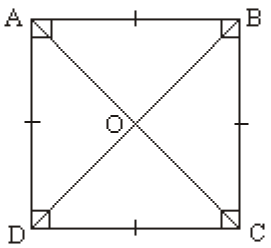
5.6 பயிற்சி

(1) (i) $PQ = QR = RS = PS$

(ii) (iii) $PR = QS$



(2)



(3) (i) $PQ = SR$ (எதிர்பக்கம்) (iv) $PQ \,//\, SR$

(ii) $PS = QR$ (எதிர்பக்கம்) (v) $PS \,//\, QR$

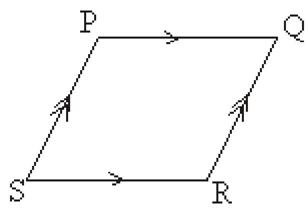
(iii) $P\hat{D}C = D\hat{S}R$ (எதிர்பக்கம்)

5.7 பயிற்சி

(1) (i) இணைகரம் (ii) எதிர்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகும்

(iii) $L\hat{K}N$

(2)



$PQ \,//\, SR$
$PS \,//\, QR$
$PQ = SR$
$PS = QR$

(3) (i) $L\hat{M}N$

(ii) இணைகரததின் எதிர்க்கோணங்கள் சமாகும்.

(iii) KM, NL

(3) (i) $L\hat{K}N$

(ii) இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் சமனாகும்

(iii) KM, LN

(4) (i) $PQ = QR = RS = SP$

(ii) $PQ \mathbin{//} SR$, $PS \mathbin{//} QR$

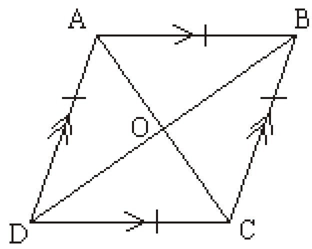
(iii) $P\hat{Q}R = P\hat{Q}R$, $Q\hat{P}S = S\hat{R}Q$

(5) (iii) செங்கோணங்கள் சமனாகும்

(iv) ஒன்றுக்கொன்று சமனாகும்

(v) (a) சரி

(b) சரி

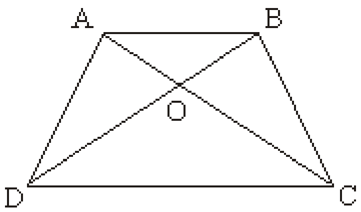


5.8 பயிற்சி

(1) $PS \mathbin{//} QR$

(2) PQ, SQ என்பன சமனில்லாமலிருப்பது

(3)



(4) (i) பட்டம் (ii) $PS = PQ$, $SR = QR$ (iii) $Q\hat{P}O$ (iv) 1

5. பலவினப் பயிற்சி

(i) (i) √ (ii) × (iii) ×

(iv) √ (v) √

(2) $540^{0} \div 6 = 10$

(3) (i) செவ்வகம், சதுரம்
(ii) இணைகரம், சாய்சதுரம்

(4)

	எல்லாப் பக்கங்களும் சமன்	எதிர்ப் பக்கங்கள் சமன்	எதிர்ப் பக்கங்கள் சமாந்திரம்	உச்சிக் கோணங்கள் செங்கோணம்	இருபுடைச் சமச்சீர் உண்டு	சமச்சீரகங் களின் எண்ணிக்கை
செவ்வகம்	×	√	√	√	√	2
சாய்சதுரம்	√	√	√	×	×	2
இணைகரம்	×	√	√	×	×	–
சரிவகம்	×	×	×	×	×	–

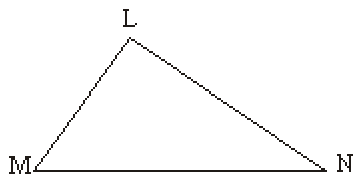
(5) செவ்வகம் - எதிரப்பக்கங்கள் சமனான ஆனால் அயற்பக்கங்கள் சமனற்ற எல்லாக் கோணங்களும் செங்கோணமாகவுள்ள நாற்பக்கல்.

சாய்சதுரம் - எல்லாப்பக்கங்களும் சமனான, எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தர மாகவுள்ள நாற்பக்கல்.

இணைகரம் - இரு சோடி எதிரப்பக்கங்களும் சமாந்தரமாயுள்ள நாற்பக்கல்.

6.1 பயிற்சி

(1) (i) XY, YZ, XZ (ii) $X\hat{Y}Z$, $Z\hat{X}Y$, $X\hat{Z}Y$

(2) 

(ii) LM, MN, LN

(iii) $L\hat{M}N$, $M\hat{N}L$, $N\hat{L}M$

(3) (i) BOC Δ, COD Δ, DOA Δ, AOB Δ

(ii) BCD Δ, CDA Δ, DAB Δ, ABC Δ

(4) (i) AOB Δ, COD Δ

(ii) $A\hat{O}B = C\hat{O}D$ (குத்தெதிர்க்கோணங்கள்)

$O\hat{A}B = O\hat{D}C$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

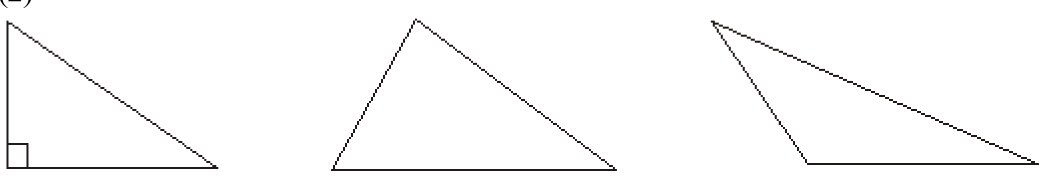
$A\hat{B}O = O\hat{C}D$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

6.2 பயிற்சி

(1) (i) × (ii) × (iii) √ (iv) √

(v) × (vi) × (vii) √

(2)



(3) (i) செங்கோண முக்கோணம் (ii) விரிகோண முக்கோணி

(iii) செங்கோண முக்கோணம் (iv) கூர்ங்கோண முக்கோணம்

(v) செங்கோண முக்கோணம்

(4) (i) கூர்ங்கோண முக்கோணம் (ii) கூர்ங்கோண முக்கோணம்
(iii) விரிகோண முக்கோணம் (iv) விரிகோண முக்கோணம்
(v) செங்கோண முக்கோணம் (vi) விரிகோண முக்கோணம்

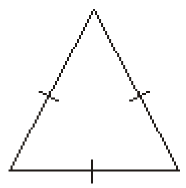
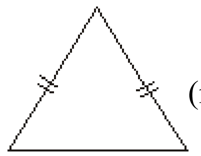
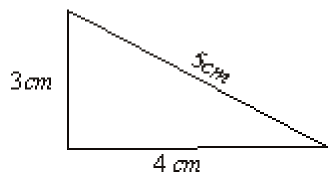
(5) (i) மூன்று
(ii) ABD Δ – கூர்ங்கோண முக்கோணம்
ABC Δ – செங்கோண முக்கோணம்
ADC Δ – விரிகோண முக்கோணம்

6.3 பயிற்சி

(1) (i) சமபக்க முக்கோணி (ii) இருசமபக்க முக்கோணி
(iii) சமனில்பக்க முக்கோணி (iv) சமனில்பக்க முக்கோணி
(v) சமபக்க முக்கோணி (vi) இருசமபக்க முக்கோணி

(2) (i) சமனில்பக்க முக்கோணி (ii) இரு சமபக்க முக்கோணி
(iii) சமபக்க முக்கோணி (iv) சமனில் முக்கோணி

(3) (i) CDE Δ (ii) CBE Δ (iii) ABE Δ

(4) (i)  (ii)  (iii) 

(5) (i) BPC Δ, CRD Δ, ARD Δ, AQB Δ, BQP Δ, QPR Δ

(ii) இருசமபக்க முக்கோணிகள் BPC Δ, CRD Δ, ARD Δ, AQB Δ
சமபக்க முக்கோணிகள் QPR Δ
சமனில்பக்க முக்கோணிகள் BPQ Δ

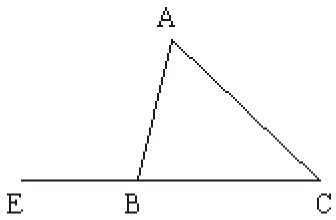
6.4 பயிற்சி

(1) (i) $x\hat{z}p$ (ii) $z\hat{x}y$, $x\hat{y}z$

(2) (i) $A\hat{B}C$ (ii) $C\hat{A}B$ (iii) $B\hat{C}F$

(3) (i) $R\hat{P}Q$, $P\hat{Q}R$ (ii) $R\hat{Q}P$, $Q\hat{P}R$
(iii) சமனாகும் (iv) குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமனாகும்.

(4)



(ii) $A\hat{B}E$ (iii) $B\hat{A}C$, $A\hat{C}B$

(5) (a) (i) $C\hat{A}B$, $A\hat{B}C$ (ii) $C\hat{B}E$

(b) (i) $O\hat{B}A$, $B\hat{A}O$ (ii) $C\hat{D}O$, $D\hat{C}O$

6. பலவினப் பயிற்சி

(1) (i) ACB Δ, BAC Δ, CBA Δ (ii) சமபக்க முக்கோணி
(iii) கூர்ங்கோண முக்கோணி

(2) (i) செங்கோண முக்கோணி, இருசமபக்க முக்கோணி
(ii) விரிகோண முக்கோணி, இருசமபக்க முக்கோணி

(3) (i) செங்கோண முக்கோணி
(ii) இருசமபக்க முக்கோணி
(iii) இருசமபக்க முக்கோணி

(4) (i) $\times$ (ii) $\surd$ (iii) $\surd$

(5) (i) ADC Δ (ii) $D\hat{C}E$ (iii) ABC Δ (iv) $B\hat{C}E$

(6) (i) $\mathrm{ABC}\,\Delta,\ \mathrm{A\hat{B}C}$ (ii) $\mathrm{DBC}\,\Delta$ (iii) $\mathrm{ABC}\,\Delta$
(iv) $\mathrm{B\hat{A}D},\ \mathrm{A\hat{B}D}$ (v) $\mathrm{B\hat{C}D},\ \mathrm{D\hat{B}C}$

(7) (a) (i) p (ii) r (iii) p, q
(b) (i) p (ii) r (iii) p, q

(8) (i) (a) $\mathrm{E\hat{A}F}$ (b) $\mathrm{A\hat{D}E},\ \mathrm{D\hat{E}A}$
(ii) (a) $\mathrm{F\hat{A}C}$ (b) $\mathrm{A\hat{B}C},\ \mathrm{B\hat{C}A}$
(iii) உண்டு

(9) (i) $\mathrm{PAQ}\,\Delta,\ \mathrm{DAR}\,\Delta$ (ii) $\mathrm{A\hat{R}B}$
(iii) $\mathrm{A\hat{Q}B}$ ə $\rightarrow$ $\mathrm{Q\hat{P}A},\ \mathrm{P\hat{A}Q}$
$\mathrm{A\hat{P}E}$ ə $\rightarrow$ $\mathrm{P\hat{A}Q},\ \mathrm{A\hat{Q}P}$

(10) (i) $\mathrm{P\hat{R}S}$
(ii) விரிகோண முக்கோணி
(iii) $\mathrm{Q\hat{P}R},\ \mathrm{P\hat{R}Q},\ \mathrm{P\hat{Q}R}$
(iv) முக்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்கள் வேறு முக்கோணிகளின் புறக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.

7.1 பயிற்சி

(1) (i) $55^0 + 60^0 = a$ (புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$\underline{\underline{115^0 = a}}$

(ii) $\mathrm{B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{B}D}$ (புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$2a + a = 120^0$

$\underline{\underline{a = 40^0}}$

(2) (i) $35^0 + 75^0 = y$ (புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$\underline{\underline{110^0 = y}}$

(ii) $30^0 + 70^0 = a$

$\underline{\underline{100^0 = a}}$

(iii) $45^0 + 80^0 = x$

$\underline{\underline{125^0 = x}}$

(iv) $45^0 + 60^0 = a$

$\underline{\underline{105^0 = a}}$

(v) $x + 95^0 = 125^0$

$\underline{\underline{x = 30^0}}$

(vi) $a + 60^0 = 120^0$

$\underline{\underline{a = 60^0}}$

(vi) $y + 20^0 = 155^0$

$\underline{\underline{y = 135^0}}$

(viii) $2a + 3a = 130^0$

$\underline{\underline{a = 26^0}}$

(ix) $5a = 3a + 60$

$a = 30^0$

(x) $a + 130^0 = 160^0$ (புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்கோங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$a = 30^0$

$b + 160^0 = 180^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$b = 20^0$

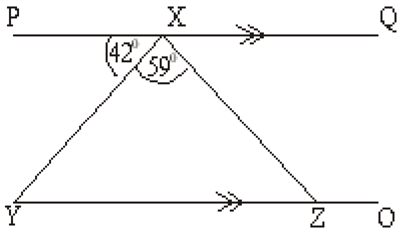
(xi) $b + 40^0 = 180^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$b = 140^0$

$2a + 5a = 140^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$a = 20^0$

(3)



$X\hat{Y}Z = 42^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$X\hat{Z}O = X\hat{Y}Z + Y\hat{X}Z$

(புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்கோங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$42^0 + 59^0$

$= 101^0$

(4) $P\hat{R}S = P\hat{R}T + T\hat{R}S$

$= 2\ T\hat{R}S \left[\because\ P\hat{R}T = T\hat{R}S\right.$ தரவு $\left.\right]$

$= 2\ P\hat{Q}R \left[T\hat{R}S = PQR\right.$; ஒத்த கோணங்கள் $\left.\right]$

(5) $Z = 20^0$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$y + 20^0 = 180^0$ (நேர்கோட்டின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$y = 160^0$

$3n + x = y$ (புறக்கோணம் சமம் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகைக்கு

$\therefore x = 40^0$

$\therefore 3n = 120^0$

7.2 பயிற்சி

(1) $60^0 + a + 55^0 = 180^0$ (முக்கோணியொன்றின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை

$a = 65^0$

(2) (a) $y + 35^0 + 90^0 = 180^0$

$y = 55^0$

(b) $x + x + 36^0 = 180^0$

$x = 72^0$

(3) (a) $A\hat{C}B + C\hat{A}B + A\hat{B}C = 180^0$

$\therefore A\hat{C}B = 35^0$

(b) $L\hat{M}N + M\hat{L}N + L\hat{N}M = 180^0$

$\therefore L\hat{N}M = 110^0$

(c) $x + x + 40^0 = 180^0$

$\therefore\ x = 70^0$

(4) (i) $x + 2x + 45^0 = 180^0$

$\therefore\ x = 45^0$

$\therefore\ 2x = 90^0$

(ii) $x + 2x + 3x = 180^0$

$\therefore\ x = 30^0$

$\therefore\ 2x = 60^0$

$\therefore\ 3x = 90^0$

(iii) $5x + 4x + 36^0 = 180^0$

$\therefore\ x = 16^0$

$\therefore\ 4x = 64^0$

$\therefore\ 5x = 80^0$

(iv) $x + 36^0 + 2x = 180^0$ (நேயக்கோணங்கள்)

$\therefore\ x = 48^0$

$\therefore\ 2x = 96^0$

(5) $A\hat{C}B + 40^0 + 48^0 = 180^0$ ((முக்கோணியொன்றின் அகத்தெதிர் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$A\hat{C}B = 92^0$

7. பலவினப் பயிற்சி

(1) 55^0

(2) 56^0

(3) (i) $a = 55^0$

(ii) $x = 39^0$, $3x = 117^0$

(iii) $x = 20^0, 3x = 60^0,\ 5x = 100^0$

(4) $P\hat{Q}R = 65^0,\quad Q\hat{P}R = 25^0$

(5) $y = 155^0$

(6)

(7) $a = 70^0,\quad b = 40^0,\quad c = 50^0$

(8) $Q\hat{X}R = 90^0$

8.1 பயிற்சி

(1) (i) $x = 40^0$ (ii) $x = 50^0$

(iii) $x = 30^0$ (iv) $x = 110^0$

(v) $x = 105^0$ (vi) $x = 130^0$

(vii) $x = 50^0$ (viii) $x = 50^0$

(ix) $x = 50^0$ (x) $x + 120^0 + 110^0 + 130^0 + 120^0 = 540^0$, $x = 60^0$

(2) முடியாது ; 1000, 180 ஆல் விடுபடாது.

(3) $2a + 2b = 180^0$

$A\hat{O}B = 90^0$

(4) $2a + 2b = 100^0$

$B\hat{O}C = 130^0$

(5) பக்கங்களின் எண்ணிக்கை - 3

8.2 பயிற்சி

(1) (i) $x = 35^0$ (ii) $x = 75^0$

(iii) $x = 120^0$ (iv) $x = 105^0$

(2) (i) $a + 3a = 180^0$ (ii) $a = 45^0$

(3) 72^0

(4) (i) $B\hat{C}E = 60^0$ (நேயக்கோணங்கள்) (ii) $E\hat{D}F = 70^0$

8.3 பயிற்சி

(1) இது ஒழுங்கான பல்கோணி அல்ல

அகக்கோணங்கள் எல்லாம் சமனல்ல.

(2) (i) $B\hat{A}C = 30^0$ (ii) $A\hat{C}D = 90^0$

$\Delta\ ACD$ செங்கோண முக்கோணியாகும்.

(3) அகக்கோணம் 90^0 எனில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{360}{90} = 4$

அகக்கோணம் 140^0 எனில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{360}{40} = 9$

அகக்கோணம் 160^0 எனில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{360}{20} = 18$

(4) பக்கங்கள் 8 புறக்கோணம் $= \frac{360}{8} =, 105^0$ அகக்கோணம் $= 135^0$

பக்கங்கள் 12 புறக்கோணம் $= \frac{360}{12} = 30^0$ அகக்கோணம் $= 150^0$

பக்கங்கள் 18 புறக்கோணம் $= \frac{360}{18} = 20^0$ அகக்கோணம் $= 160^0$

பக்கங்கள் 20 புறக்கோணம் $= \frac{360}{20} = 18^0$ அகக்கோணம் $= 162^0$

8. பலவினப் பயிற்சி

(1) $a = 40^0,\ b = 100^0$ (2) $a = 60^0,\ b = 120^0$

(3) (i) $a + 4a = 180^0$

$a = 36^0$

(ii) 144^0 (iii) 10^0

(4) (i) $A\hat{C}B = 36^0$ $A\hat{C}D + C\hat{D}B = 180^0$

$AC \,//\, ED$ (நேயக்கோணங்கள்)

(ii) $A\hat{C}D = 72^0$ (iii) $C\hat{D}E = 108^0$

(5) (i) $A\hat{C}B = 30^0$

(ii) $A\hat{C}D = 90^0$

$B\hat{A}C = 30^0$ எனின் $F\hat{A}C = 90^0$

$A\hat{F}D = 90^0,\ F\hat{A}C = 90^0$

$\therefore$ ACDF செவ்வகமாகும்.

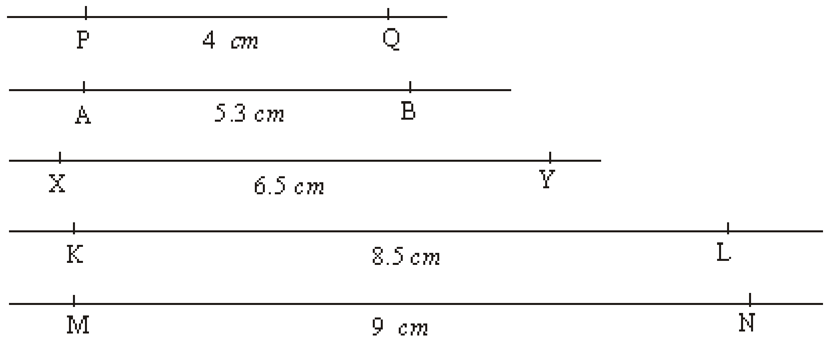
9.1 பயிற்சி

(1) (i) KL (ii) XY (iii) X உம் Y உம்

(2) 

நேர்கோட்டு துண்டம் ஒன்றிற்கு குறிப்பிட்ட நீளம் உண்டு.

(3) (i) (ii) (iii) (iv) (v)

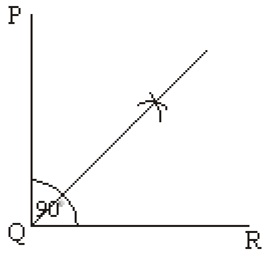


(4) (i) $PQ = 3.2cm$ (ii) $KL = 3.9cm$ (iii) $XY = 5.6cm$

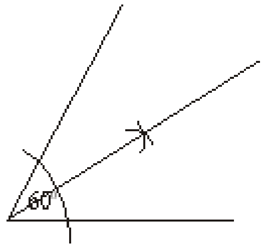
9.3 பயிற்சி

(1) யாதாயினுமொரு கோணம் வரைந்து அதற்குரிய விடை

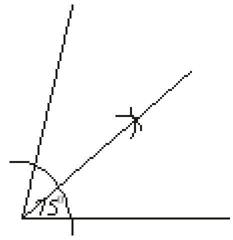
(2)



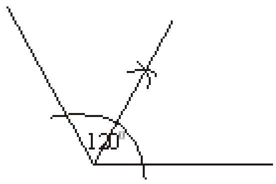
(3) (i) 60^0



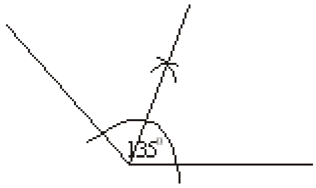
(ii) 75^0



(iii) 120^0

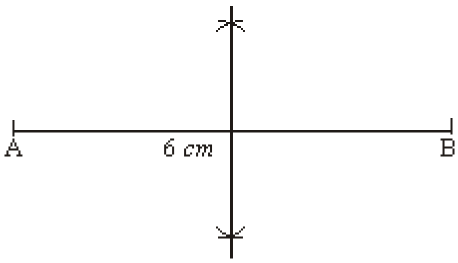


(iv) 135^0

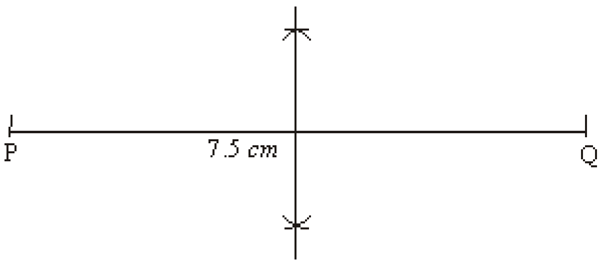


9.4 பயிற்சி

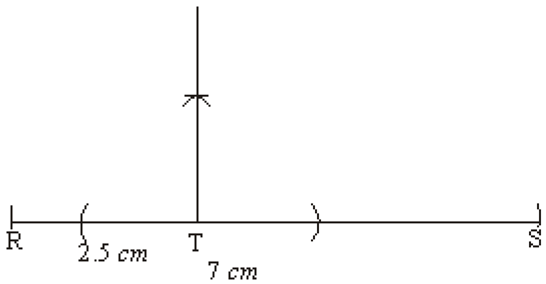
(1)



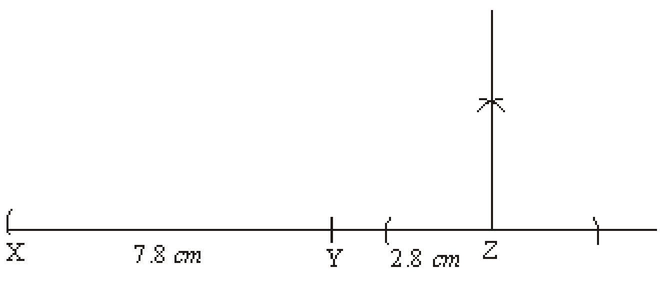
(2)



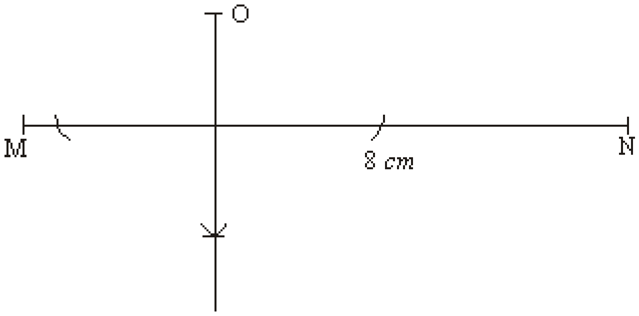
(3)



(4)

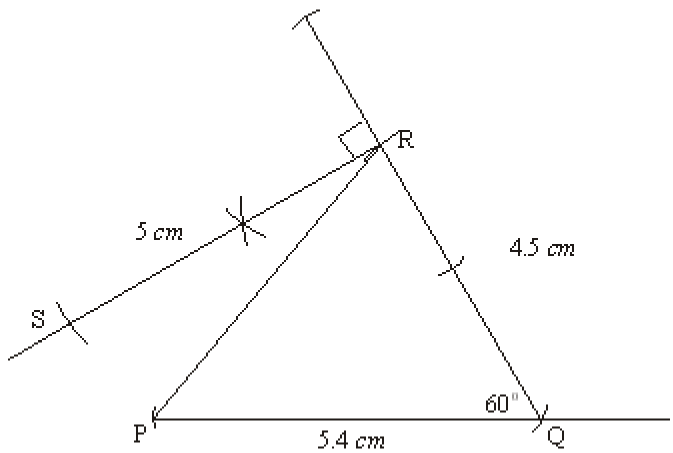


(5)

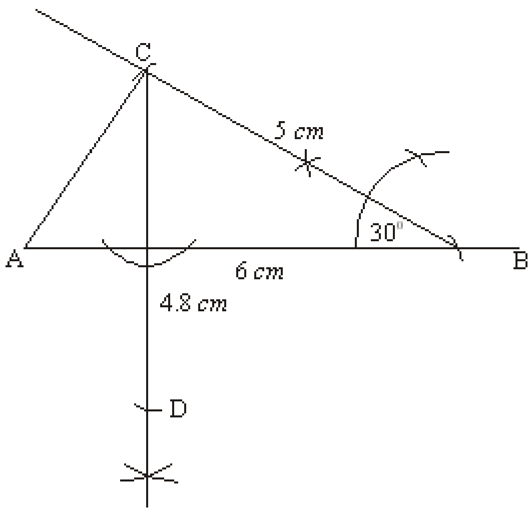


9.5 பயிற்சி

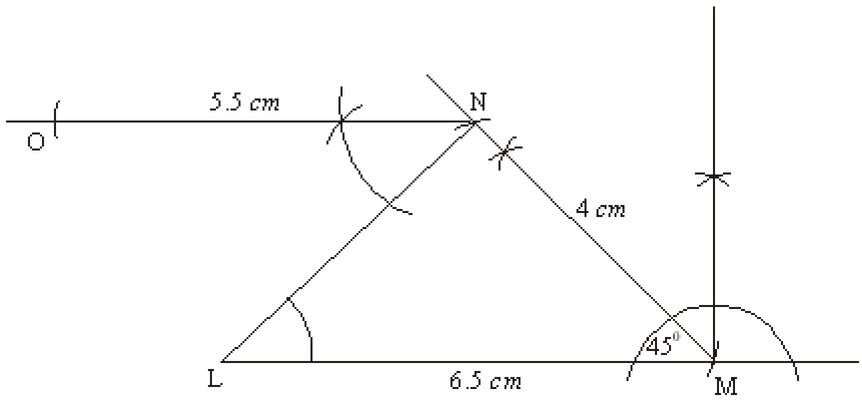
(1)



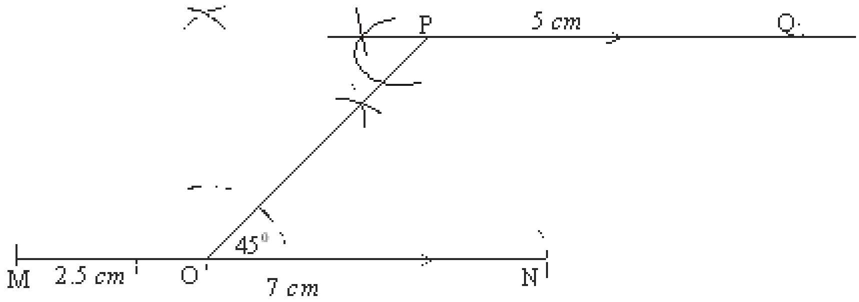
(2)



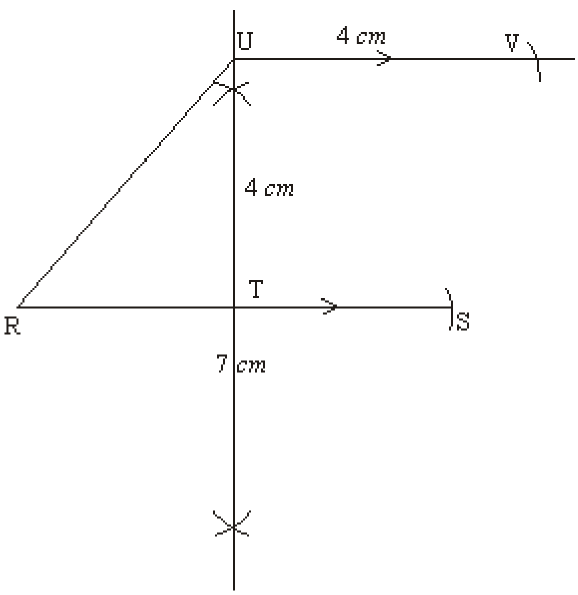
(3)



(4)

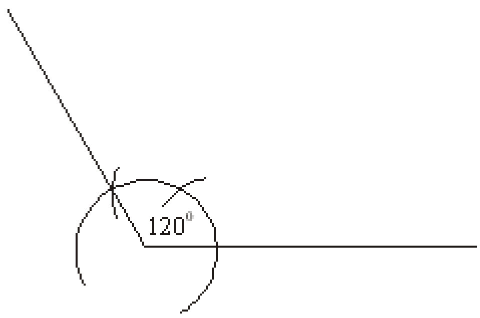


(5)



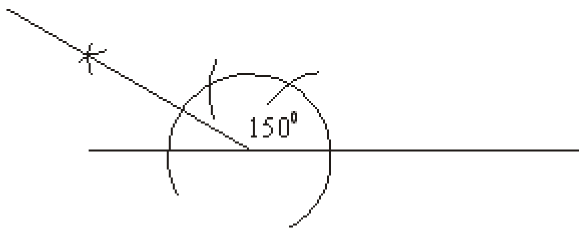
9.6 பயிற்சி

(1) 120^0 அமைத்தல்

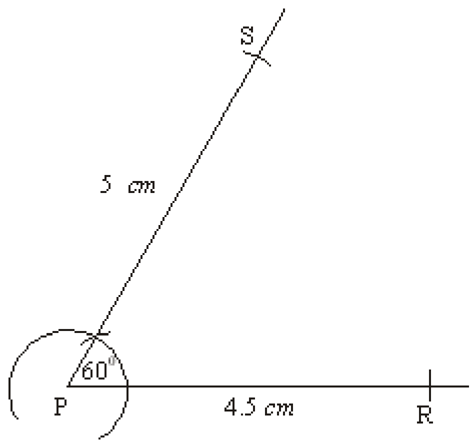


(2) (i) 15^0 அமைத்தல் (ii) 75^0 அமைத்தல்

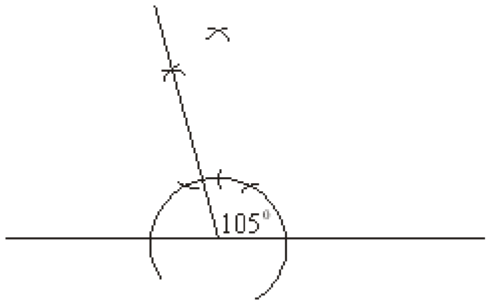
(iii) 150^0 அமைத்தல்



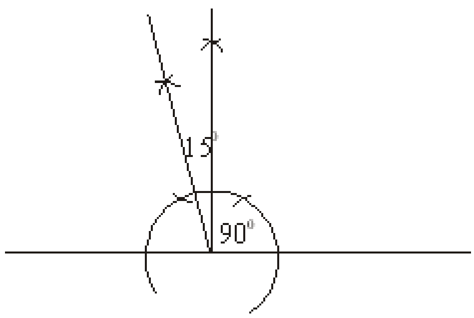
(3)



(4) (i) $60^0, 45^0$ என்பவற்றை அமைப்பதன் மூலம் 105^0ஐ அமைக்க.



(i) 90^0 உம் 15^0 உம்

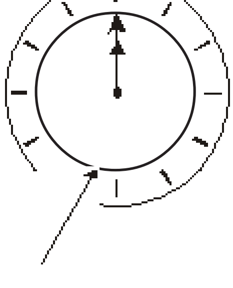


10.1 பயிற்சி

(1) இல்லை, ராமுவின் பயணப்பாதை கேத்திரகணித விதிகளுக்கமைவாக நிகழும் சம்பவம் அல்ல. இவரது பாதை நேர்கோடாக அல்லது வட்டவடிவில் அமையவில்லை.

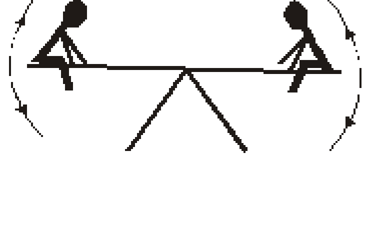
(2) யாதேனும் பொருளின் பயணப்பாதை, திசைகள் மாறக்கூடியவை. இவ்வாறான பொருட்களின் பயணப்பாதை கேத்திரகணித விதிகளுக்கமைய நிகழ்வதில்லை. கேத்திரகணித விதிகளுக்கமைய நிகழும் பயணப்பாதை ஒழுக்கு எனப்படும்.

(3) (i)



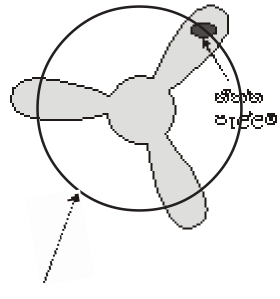
மணிக்கூட்டுமுள்ளின் முனையின் பயணப்

(ii)



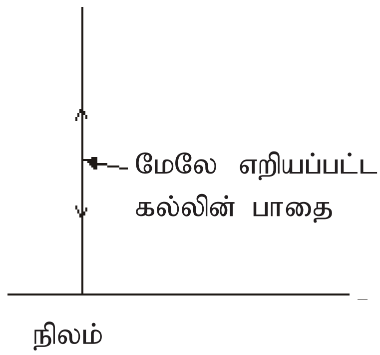
சிறுவர்கள் இருவரினதும் பயணப்பாதை

(iii)

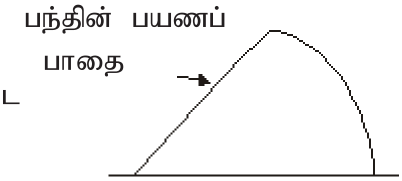


இறுதியிலுள்ள புள்ளி யின் பயணப் பாதை

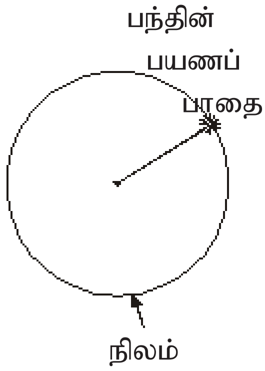
(iv)



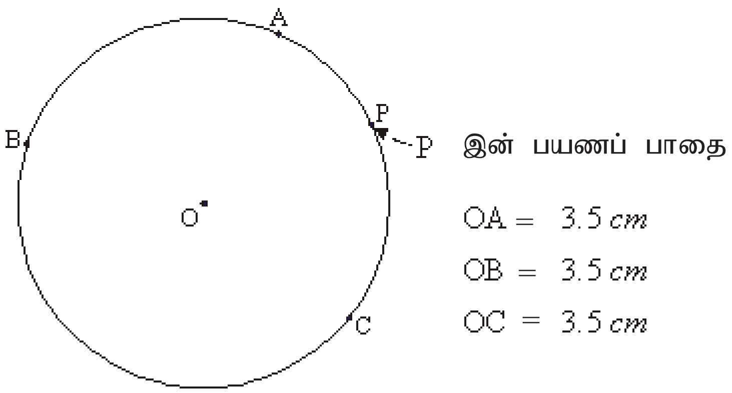
(v)



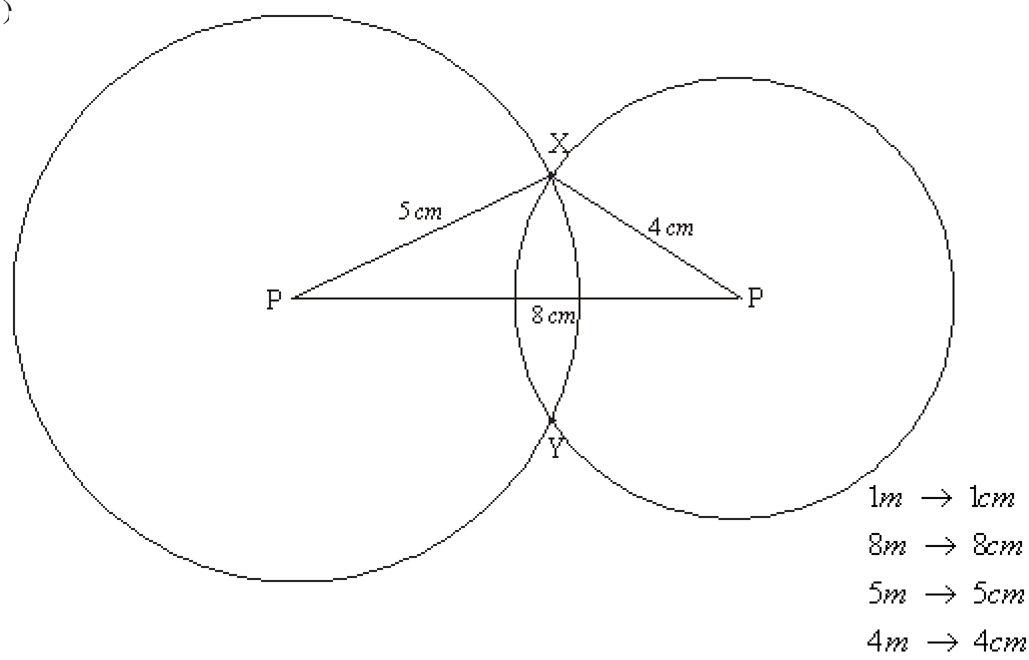
(vi)



(4)



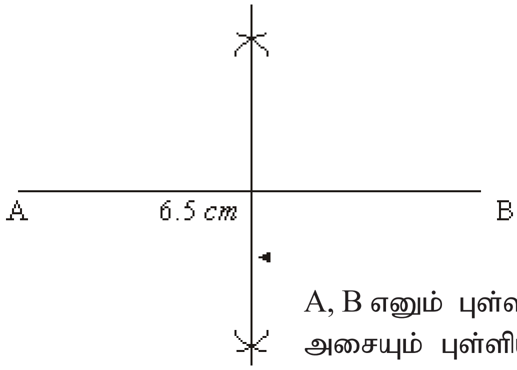
(5)



X அல்லது Y எனும் புள்ளிகளில் நீர்க்குழாயைப் பொருத்த முடியும்.

10.2 பயிற்சி

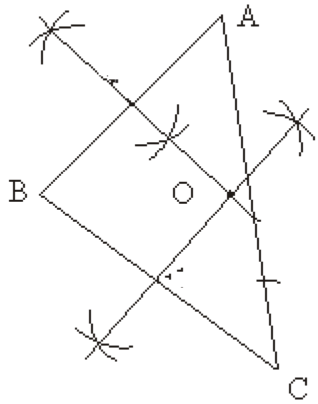
(1)



A, B எனும் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு

(2)

(3) A, B எனும் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு



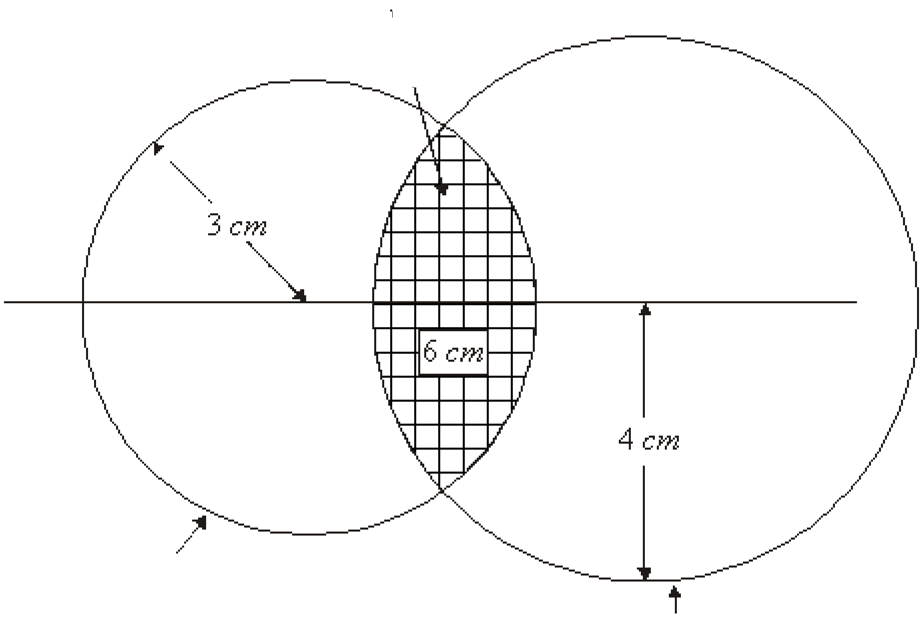
B, C எனும் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு

O என்பது A, B, C என்பவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ள புள்ளிகளாகும்.

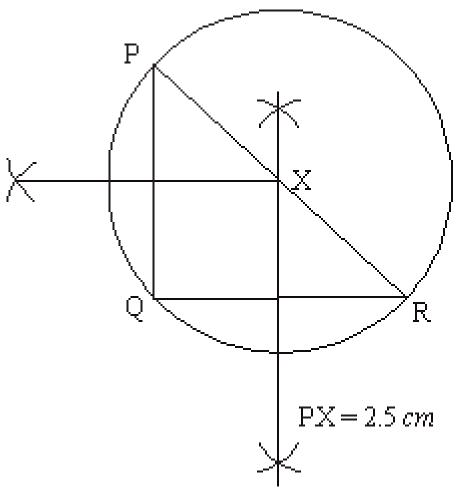
கூட்டுப் பயிற்சிகள்

(1) (i) வட்டவில்லாகும்
(ii) செங்குத்து இருகூறாக்கி
(iii) வட்டம்
(iv) சமாந்தரமாகும்
(v) சுவர்கள் இரண்டினாலும் அமையும் கோணத்தின் இருசமகூறாக்கி
(vi) வட்டவில்

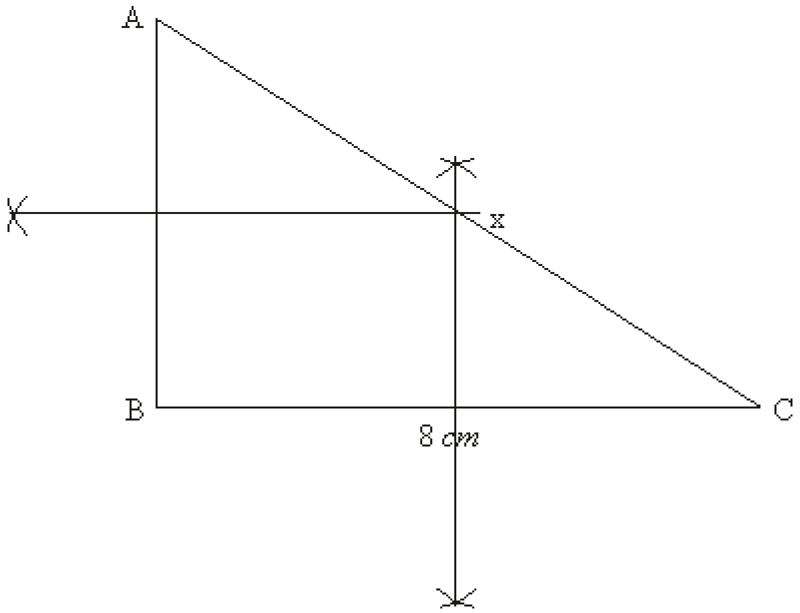
(2)



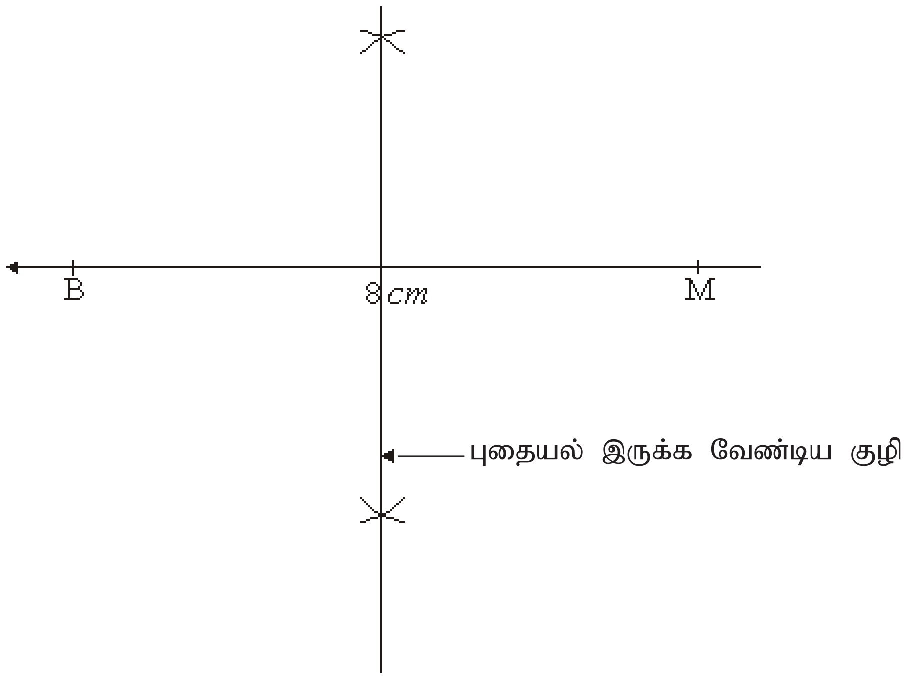
(3)



(4)



(5)



தீர்வுகள்

11.1

(1) (i) P, Q, R
(ii) O, S

(2) AD, BE

(3) OX, OY, OS, ON

(4) DE, UV, XY

(5) (i) OA (ii) OA, OB, OM, ON
(iii) A, B, M, N

(6) (i) RS (ii) 10 cm (iii) ஆரை (iv) 5 cm
(v) இருமடங்காகும்

(7) (i) 4cm (ii) 8 cm (iii) 4cm (iv) OQ=OR
(v) 4cm (vi) PR (vii) 8cm

(8) (i) விட்டம் (ii) XY, விட்டம் (iii) OA, OB, OX, OY
(iv) XA, XB, AB (v) XY

11.2

(1) (i) வெட்டி - வட்டத்தை இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டிச் செல்லும் நேர்கோட்டுத்துண்டம்
(ii) விட்டம் - மையத்திற்கூடகச் செல்லும் நாண்
(iii) நாண் - வட்டத்திலுள்ள இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு.
(iv) தொடலி - வட்டத்தை ஒரே ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட நேர்கோடு.

(2) 10-2 - நாண்
9-3 - விட்டம்
7-4 - நாண்
11-5 - விட்டம்
1-7 - விட்டம்
1-8 - நாண்

(3) CD - விட்டம்
ST - விட்டம்
OP - ஆரை
OC - ஆரை
OS - ஆரை

(4) OX = OY = OZ (ஆரை)
OD = ON = OZ (ஆரை)
MN = UZ = XY (விட்டம்)

(5) PM - வெட்டி
DE - நாண்
KN - விட்டம்
MN - நாண்
PS - தொடலி
EF - விட்டம்

(6) (1) √ (2) √ (3) √ (4) √
(5) × (6) × (7) ×

(7) (i) $TC = 4\,cm$ $(CD = 8\,cm,\ TC = TD)$
(ii) $TD = 4\,cm$ $(CD = 8\,cm,\ TC = TD)$
(iii) $OC = 5\,cm$ (விட்டம் $= 10\,cm$)
(iv) $OD = 5\,cm$ (விட்டம் $= 10\,cm$)
(v) $OE = 5\,cm$ (விட்டம் $= 10\,cm$)
(vi) $DE = 10\,cm$ (விட்டம் $= 10\,cm$)

(8) (i) $XD = YD$ (ii) $OX = OY$
(iii) $OY = OZ$ (iv) $XZ = 2 \times OX$
(v) $XY = 2 \times XD$

11.3

(1) AB - சீறிவில்
APB - பேரிவில்
CD - சீறிவில்
CED - பேரிவில்
PQR - அரைவட்டம்
PSQ - அரைவட்டம்
LMN - பேரிவில்
LN - சீறிவில்
XZ - சீறிவில்
XYZ - பேரிவில்

(2) PQ - விட்டம்
PQ - சீறிவில்
PSQ - அரைவட்டம்
PAQ - சீறிவில்
AQP - சீறிவில்

(3) (i) $x > 180^0$ (ii) $y < 180^0$
(iii) PS சிறீவில் (iv) PS நாண்
(v) a கூர்ங்கோணம் (vi) QPS பேரிவில்

11.4

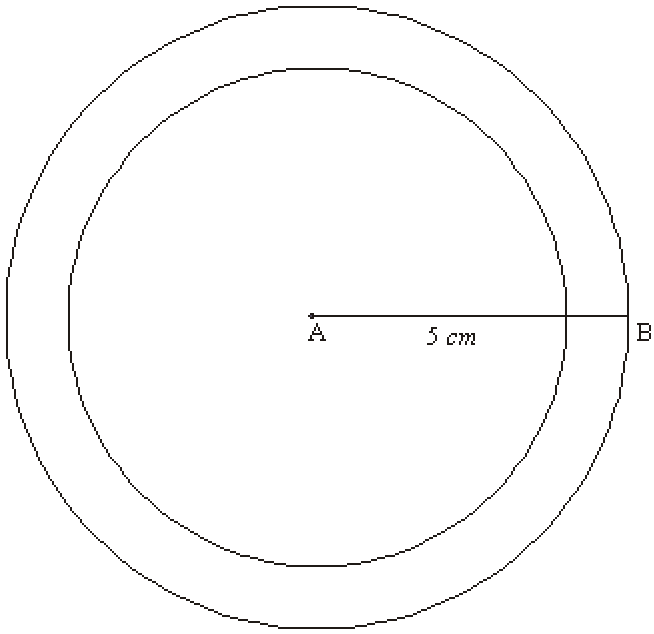
(1)

ஆரைச்சிறை	ஆரை	வட்டவில்
AOB	OA, OB	AB
MOL	OL, OM	MPL
KOP	OP, OK	KQP
UOV	OU, OV	UXV
NOR	ON, OR	NR
XOY	OX, OY	XY
COD	OC, OD	CED

(2) (i) வட்டத்துண்டம் (ii) வட்டத்துண்டம்
(iii) வட்டத்துண்டம் (iv) ஆரைச்சிறை
(v) ஆரைச்சிறை (vi) ஆரைச்சிறை

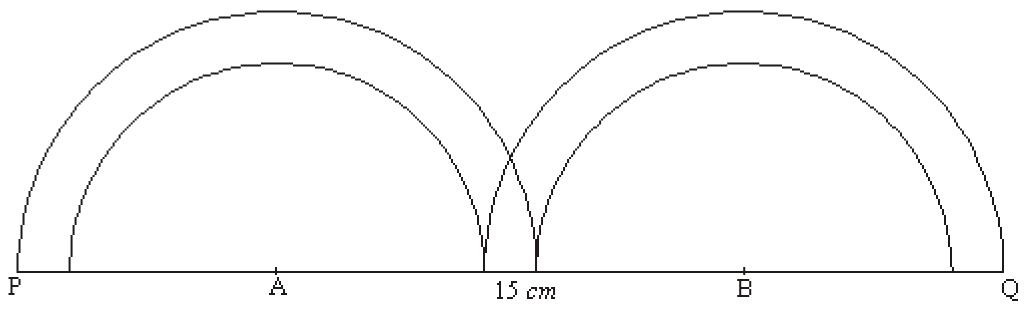
11.5

(1)

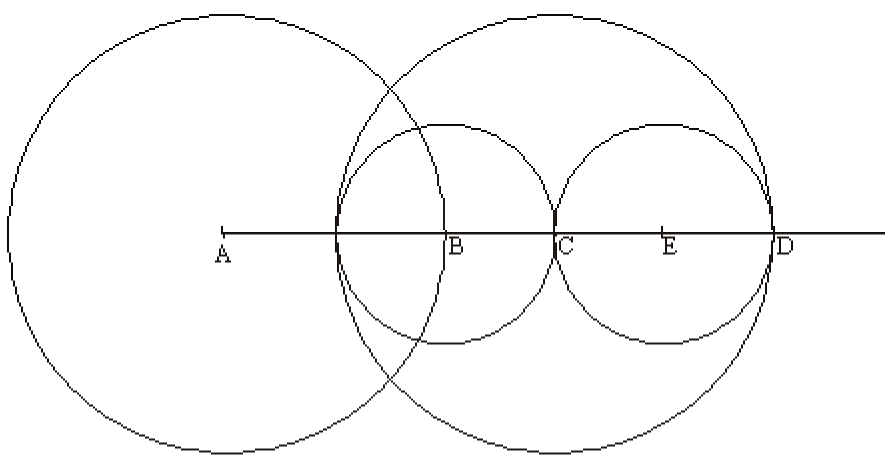


வளைகோடுகளுக்கிடைப்பட்ட தூரம் 1cm

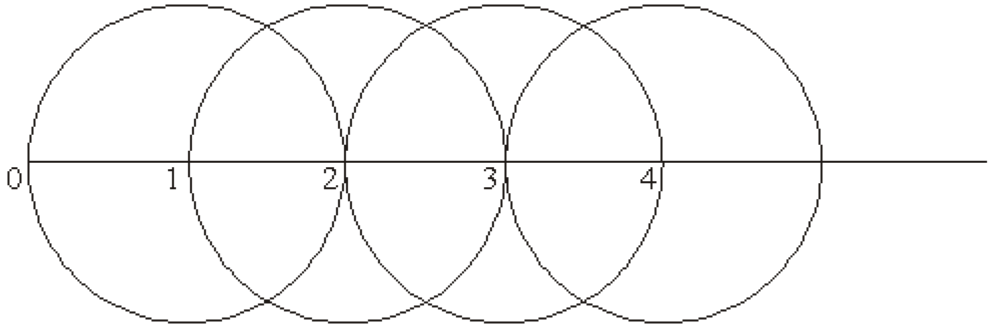
(2)



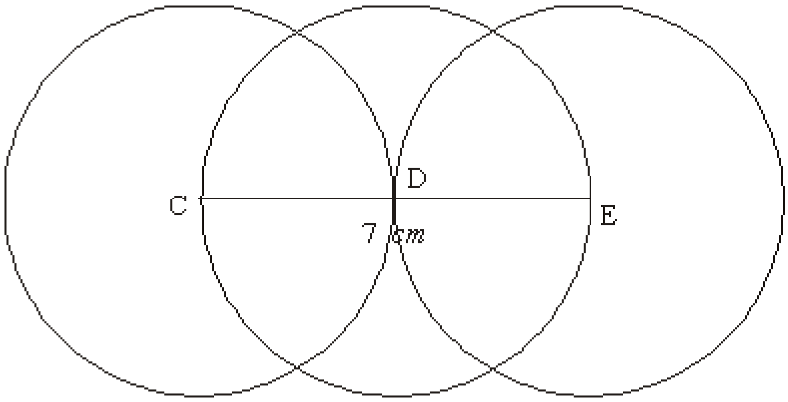
(3)



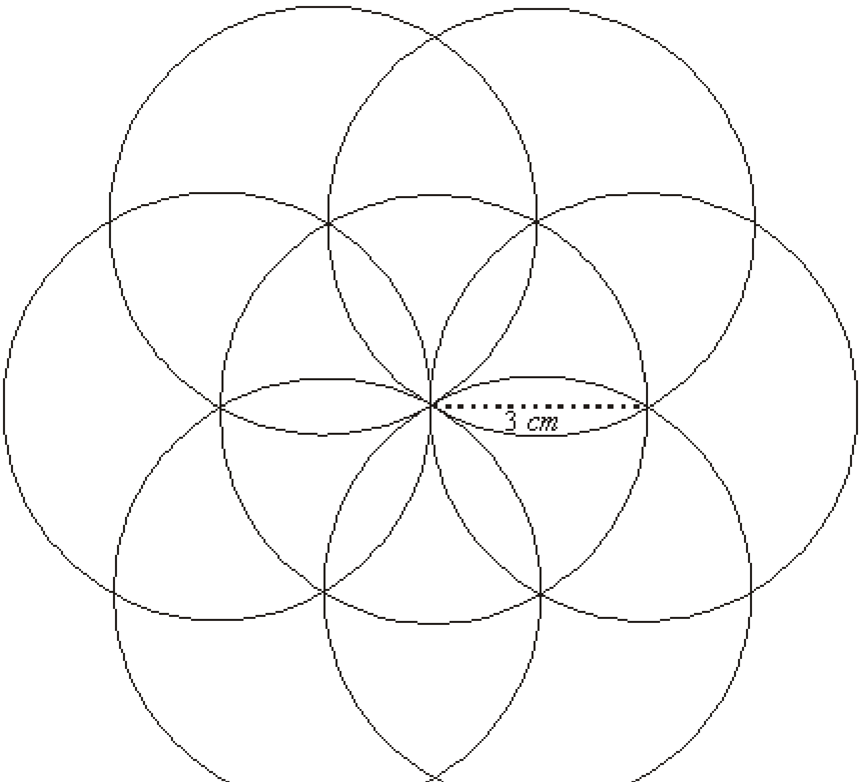
(4)



(5)



(6)



11 பலவினப் பயிற்சி

(1) (i) RS (ii) ஆரை (iii) 5cm
(iv) 10 cm (v) இருமடங்காகும்

(2) (i) 4cm (ii) 4cm (iii) OP= OR
(iv) 8 cm (v) SR (vi) 8 cm

(3) (i) AB (ii) XY, CD, AB (iii) AB (iv) XY

(4) (i) LN (ii) MS (iii) LN (iv) MS
(v) LN,XZ, MS

(5) (i) சுற்றளவு (பரிதி) (ii) $\frac{1}{3}$
(iii) $\frac{2}{3}$

(6) (i) OA= OB = OC = OD (ii) DC
(iii) DC, AB, BC, DE (iv) ODC
(v) OED

(7) (i) 6.8 cm (ii) 6.8 cm
(iii) OC = OD (iv) OC =3.4cm OZ= 3.4cm
(v) XZ = 2, OZ (vi) CD = 2CO

(8) (i) $B\hat{O}A$, $C\hat{O}D$ (ii) $B\hat{O}C$, $A\hat{O}D$,
(iii) BOC , AOD BOA , COD (iv) AB , CD BC , AD
(v) BD = AC

(9) (i) OX = OZ (ii) OX = 4 *cm* (iii) OX > OY
(iv) UV (v) OQ = OT